ПОСОБИЕ ПРОШЛО НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКУЮ ОЦЕНКУ ФГБНУ

ФИПИ ШКОЛЕ

ПРОЕКТ С УЧАСТИЕМ РАЗРАБОТЧИКОВ КИМ ЕГЭ

2026

ЕГЭ

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

МАТЕМАТИКА

ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВАРИАНТЫ

ПОД РЕДАКЦИЕЙ И. В. ЯЩЕНКО

включи Ege.plus

КОД ДОСТУПА

1234567

36 ВАРИАНТОВ

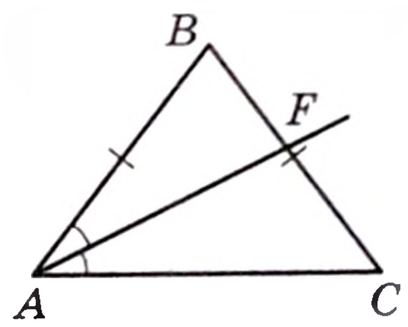
НАЦИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

ВАРИАНТ 1

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC провели биссектрису AF. Найдите угол AFC, если угол ABC равен $76°$. Ответ дайте в градусах.

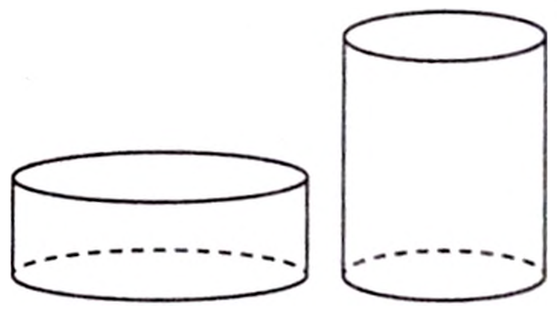


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-3;\ 2)$ и $\vec{b}\,(-1;\ -9)$. Найдите длину вектора $3\vec{a}-2\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Дано два цилиндра. Объём первого цилиндра равен 102. У второго цилиндра высота в 3 раза больше, а радиус основания в 2 раза меньше, чем у первого. Найдите объём второго цилиндра.



Ответ: _____.

4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 6 сумок из 250 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

5 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе останется в обоих автоматах, равна 0,55. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе закончится в обоих автоматах.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\sqrt{15x}=1\frac{2}{3}x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

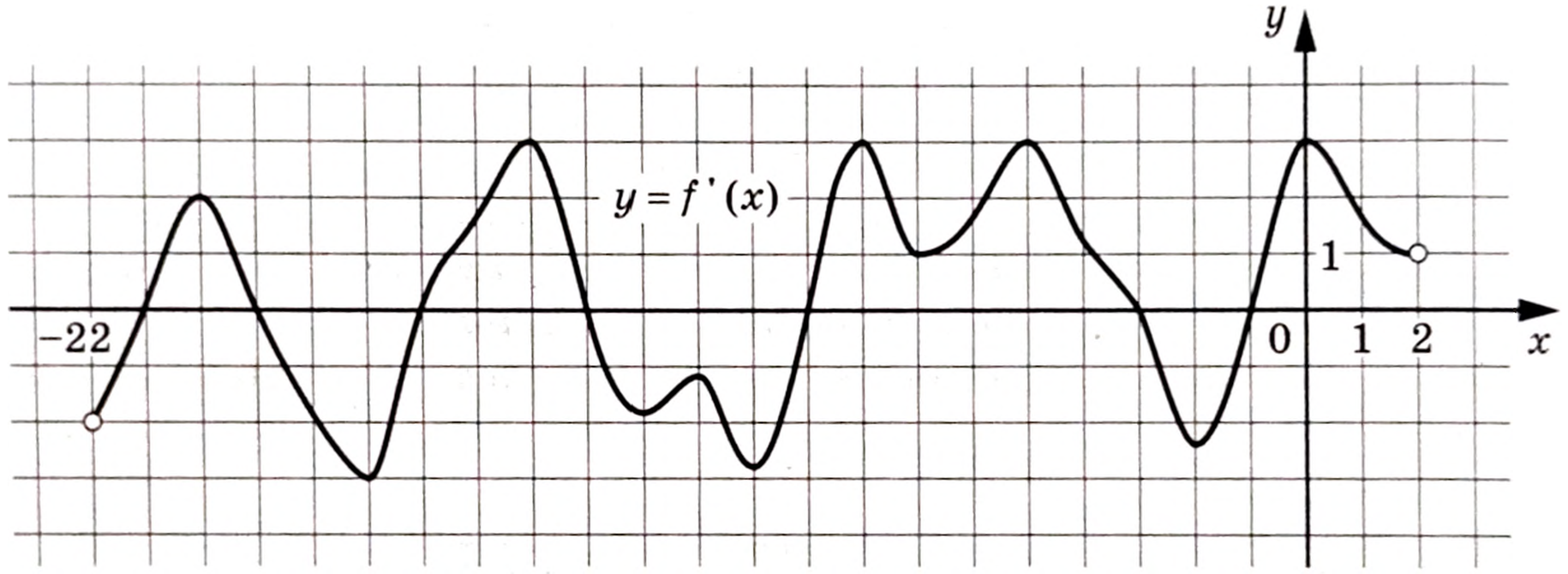
Ответ: _____.

sbor25.me

7 Найдите $\log_a \frac{a^4}{b^5}$, если $\log_a b = 15$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-22; 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-18; 1]$.



Ответ: _____.

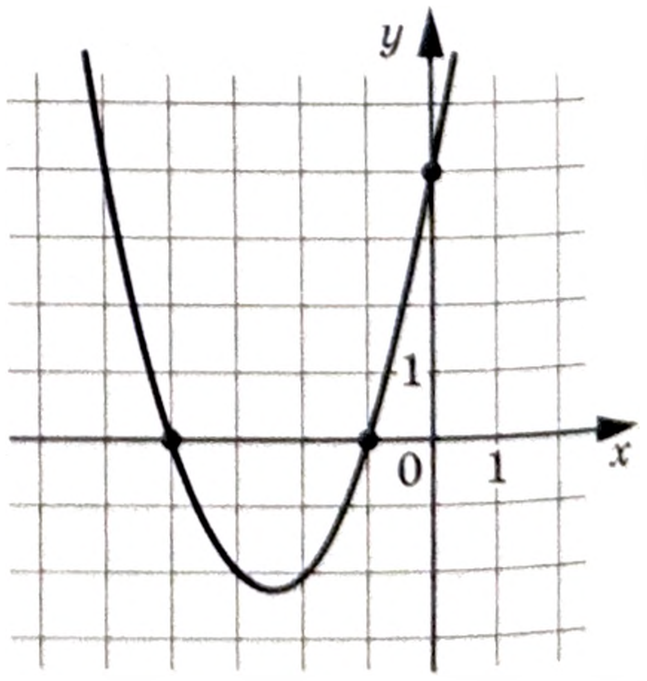
9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 192 мг. Период его полураспада составляет 10 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 6 мг.

Ответ: _____.

10 Катер, скорость которого в неподвижной воде равна 28 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 2 км/ч, стоянка длится 4 часа, а в исходный пункт катер возвращается через 18 часов после отплытия из него. Сколько километров прошёл катер за весь рейс?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите $f(3)$.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку максимума функции $y=x^2+12\ln(x+5)-7$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{2\cos^3 x-\sin^2 x-2\cos x-\sin x}=\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$.

14 В пирамиде $SABCD$ с высотой SA основанием является квадрат $ABCD$, точка K — середина ребра SB. Прямая DK пересекается с плоскостью SAC в точке N.

а) Докажите, что прямая a, проходящая через точку N параллельно прямой SC, делит диагональ основания AC в отношении $1:2$.
б) Найдите угол между прямыми DK и SC, если $AB=2\sqrt{3}$, $SA=6$.

15 Решите неравенство $\dfrac{9^x-3^{x+2}+8}{\log_{\frac{1}{6}}^2(5^x-2)+\log_{\frac{1}{6}}(5^x-2)^2+1}\le 0$.

16 В июне 2028 года Пётр Иванович планирует взять кредит в банке на 5 лет в размере целого числа миллионов рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 20 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь в каждый из 2029, 2030 и 2031 годов необходимо выплатить только проценты по кредиту, начисленные в январе соответствующего года;
- в период с февраля по июнь в каждый из 2032 и 2033 годов платежи по кредиту равные, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.

Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат по кредиту не превысит 10 млн рублей.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В прямоугольную трапецию $ABCD$ с большим основанием CD и прямыми углами A и D вписана окружность с центром в точке O радиуса R. Точка G — точка касания данной окружности и стороны AB трапеции $ABCD$. Биссектриса угла ADC перпендикулярна стороне BC и пересекает её в точке N.

а) Докажите, что $BN=(\sqrt{2}-1)R$.
б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник $BNOG$, если $R=6$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(|x|-a^2)^2+(y-4a)(y+4a)=9a^2-2y-1,\\ y+1=6\sqrt{a}\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 У Ивана Ильича есть коллекция монет. Если все его монеты разложить в одинаковые большие кляссеры*, то потребуется k кляссеров, причём 5 ячеек в одном кляссере останутся пустыми. Если же их разложить в одинаковые маленькие кляссеры, то потребуется $k+2$ кляссеров и также 5 ячеек в одном кляссере останутся пустыми. Известно, что в большом кляссере больше 150, но меньше 160 ячеек, а в маленьком — больше 100, но меньше 120 ячеек.

а) Может ли k быть равно 3?
б) Какое наименьшее количество монет может быть в коллекции у Ивана Ильича?
в) Какое наибольшее количество монет может быть в коллекции у Ивана Ильича?

* Кляссер — альбом (папка) для коллекционирования марок, монет.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

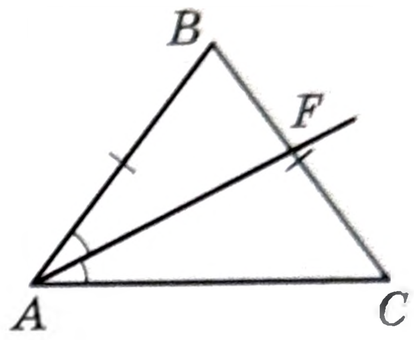
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 2

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC провели биссектрису AF. Найдите угол AFB, если угол ABC равен $72°$. Ответ дайте в градусах.

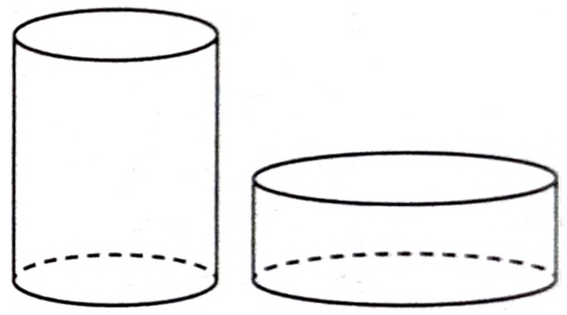


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(5;\,-6)$ и $\vec{b}\,(-5;\,-9)$. Найдите длину вектора $2\vec{b}-5\vec{a}$.

Ответ: _____.

3 Первая цилиндрическая кружка в два раза выше второй, зато вторая в два с половиной раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: _____.

4 В среднем из 800 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос **не подтекает**.

Ответ: _____.

5 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,2. Вероятность того, что кофе останется в обоих автоматах, равна 0,65. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе закончится в обоих автоматах.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\sqrt{5x}=2\frac{1}{2}x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

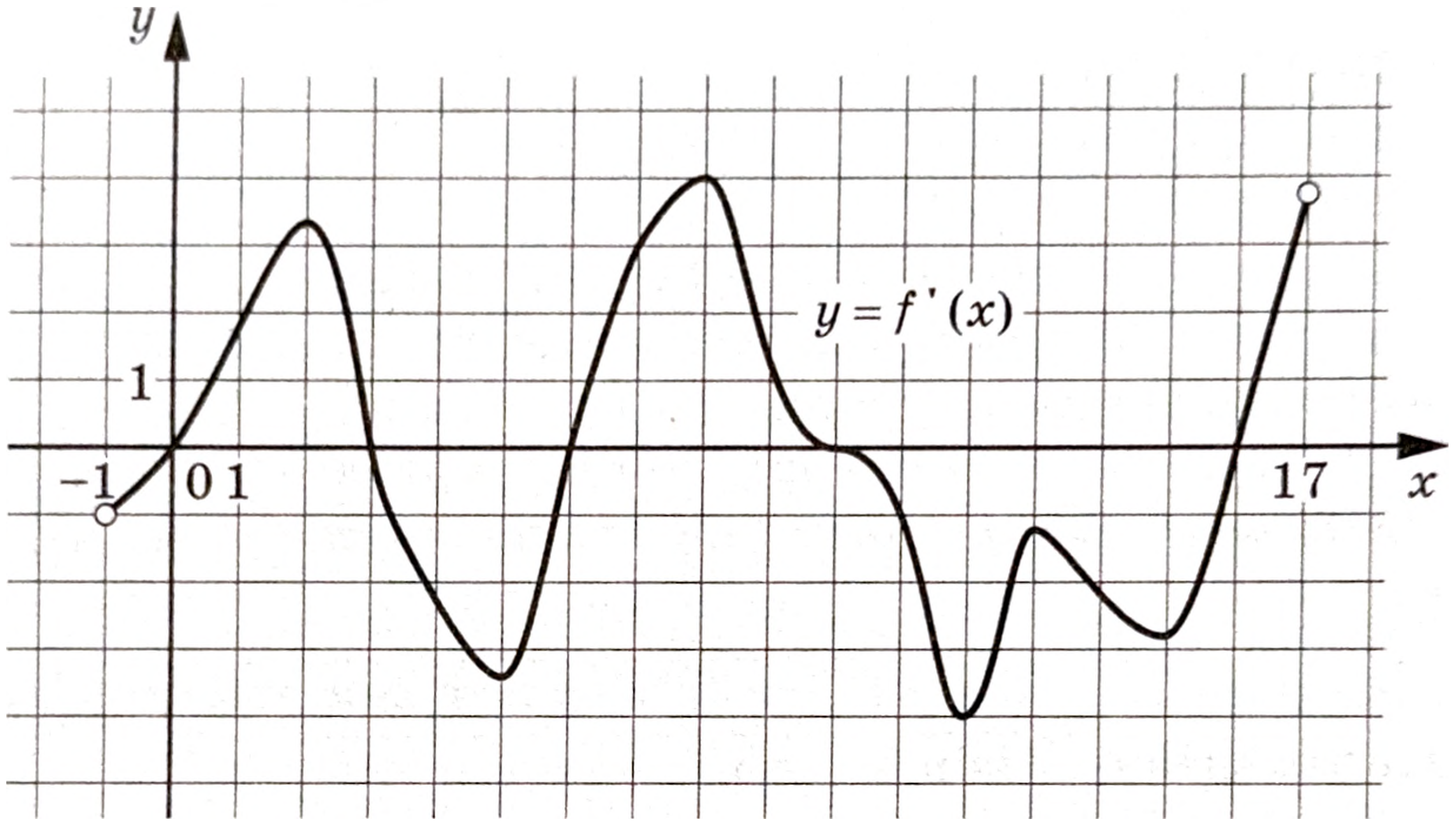
Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $\log_a\left(a^3b^{14}\right)$, если $\log_b a=-2$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-1;17)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[1;15]$.



Ответ: _____.

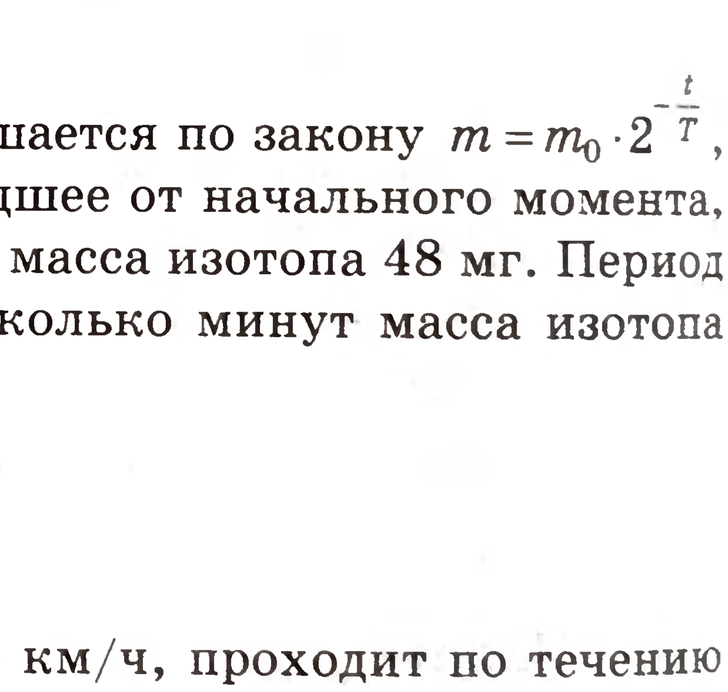
9 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m=m_0\cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t — время, прошедшее от начального момента, T — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 48 мг. Период его полураспада составляет 8 минут. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг.

Ответ: _____.

10 Баржа, скорость которой в неподвижной воде равна 15 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 1 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт баржа возвращается через 18 часов после отплытия из него. Сколько километров прошла баржа за весь рейс?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx+c$. Найдите $f(-3)$.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку минимума функции $y=x^2+14\ln(x+8)+6$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{4\sin^3 x-4\cos^2 x-\cos x-\sin x+3}=\sqrt{\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2};6\pi\right]$.

14 В пирамиде $SABCD$ с высотой SA основанием является квадрат $ABCD$, точка K — середина ребра SB. Прямая DK пересекается с плоскостью SAC в точке N.

а) Докажите, что прямая a, проходящая через точку N параллельно прямой SC, делит ребро SA в отношении $1:2$.
б) Найдите угол между прямыми DK и SC, если $AB=2\sqrt{2}$, $SA=3$.

15 Решите неравенство $\dfrac{4^x-3\cdot 2^{x+1}+5}{\log_{\frac{1}{5}}^2(3^x-2)-\log_{\frac{1}{5}}(3^x-2)^2+1}\le 0$.

16 В июне 2028 года Иван Петрович планирует взять кредит в банке на 6 лет в размере целого числа миллионов рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг увеличивается на 20 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь в каждый из 2029, 2030, 2031 и 2032 годов необходимо выплатить только проценты по кредиту, начисленные в январе соответствующего года;
- в период с февраля по июнь в каждый из 2033 и 2034 годов платежи по кредиту равные, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.

Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат по кредиту превысит 12 млн рублей.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В прямоугольную трапецию $ABCD$ с большим основанием CD и прямыми углами A и D вписана окружность с центром в точке O радиуса R. Точка G — точка касания данной окружности и стороны AB трапеции $ABCD$. Биссектриса угла ADC перпендикулярна стороне BC и пересекает её в точке N.

а) Докажите, что $BG=(\sqrt{2}-1)R$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника $BNOG$, если $R=6$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\left(|x|+a^2\right)^2+(y-4a)(y+4a)=4y-4,\\ 0{,}5y-1=\sqrt{6a}\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 У Петра Львовича есть коллекция монет. Если все его монеты разложить в одинаковые большие кляссеры*, то потребуется k кляссеров, причём 7 ячеек в одном кляссере останутся пустыми. Если же их разложить в одинаковые маленькие кляссеры, то потребуется $k+3$ кляссеров и также 7 ячеек в одном кляссере останутся пустыми. Известно, что в большом кляссере больше 160, но меньше 170 ячеек, а в маленьком — больше 100, но меньше 120 ячеек.

а) Может ли k быть равно 4?

б) Какое наименьшее количество монет может быть в коллекции у Петра Львовича?

в) Какое наибольшее количество монет может быть в коллекции у Петра Львовича?

* Кляссер — альбом (папка) для коллекционирования марок, монет.

sbor25.me

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

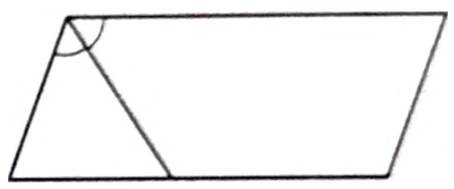
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 3

Часть 1

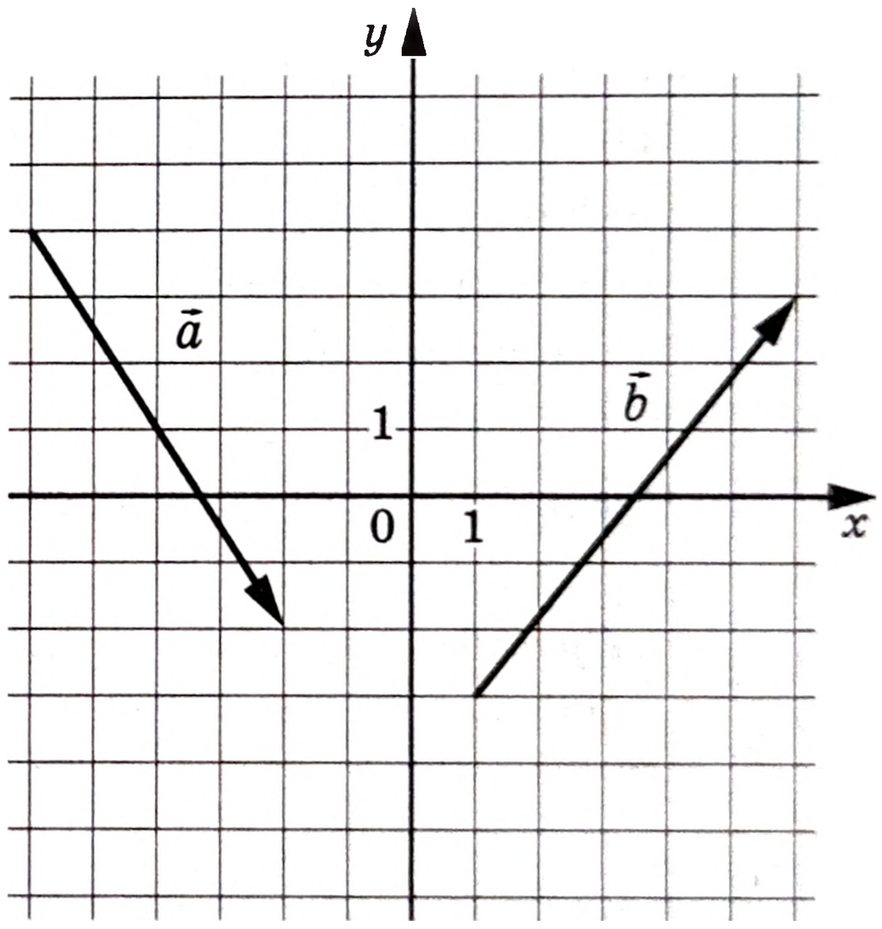
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Биссектриса тупого угла параллелограмма делит противоположную сторону в отношении 3:4, считая от вершины острого угла. Найдите бóльшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 42.



Ответ: _____.

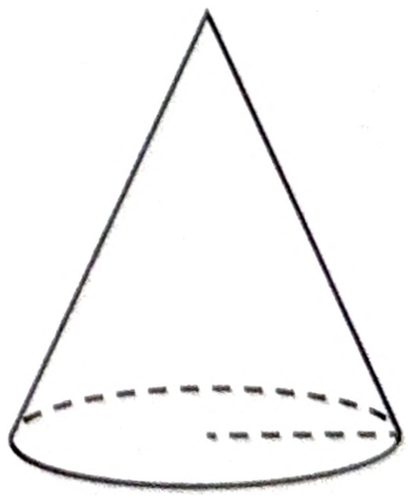
2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты у которых — целые числа. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $2\vec{b}$.



Ответ: _____.

sbor25.me

3 Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 5 раз, а образующая увеличится в 2 раза?



Ответ: _____.

4 В чемпионате по шашкам участвует 76 спортсменов, среди которых 13 шашистов из России, в том числе Андрей Фомин. Для игр первого тура участников разбивают на игровые пары случайным образом. Найдите вероятность того, что в первом туре Андрей Фомин будет играть с каким-либо шашистом из России.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

5 В группе туристов 16 человек, в том числе три друга — Юра, Боря и Егор. Группу случайным образом разбивают на две равные подгруппы. Найдите вероятность того, что все три друга окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

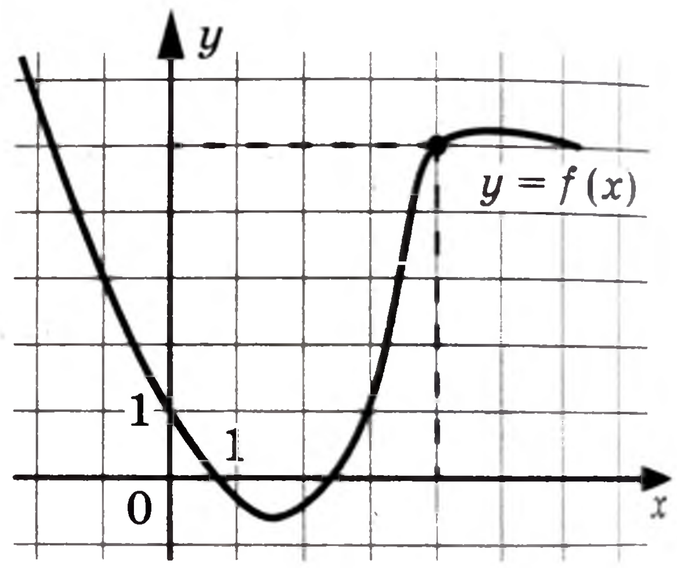
6 Найдите корень уравнения $(x-7)^3=729$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\sqrt{27}\cos^2\frac{19\pi}{12}-\sqrt{27}\sin^2\frac{19\pi}{12}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 4. Найдите значение производной функции в точке $x_0=4$.



Ответ: _____.

9 Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h км над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{2Rh}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий у подножия смотровой площадки, видит горизонт на расстоянии 4 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 28 километров?

Ответ: _____.

10 Каждая из двух труб с одинаковой пропускной способностью может наполнить бассейн за 11 часов. Через 3 часа после того, как одна труба наполняла бассейн, подключили вторую трубу, и бассейн наполнили две трубы вместе. Сколько часов потребовалось на наполнение бассейна?

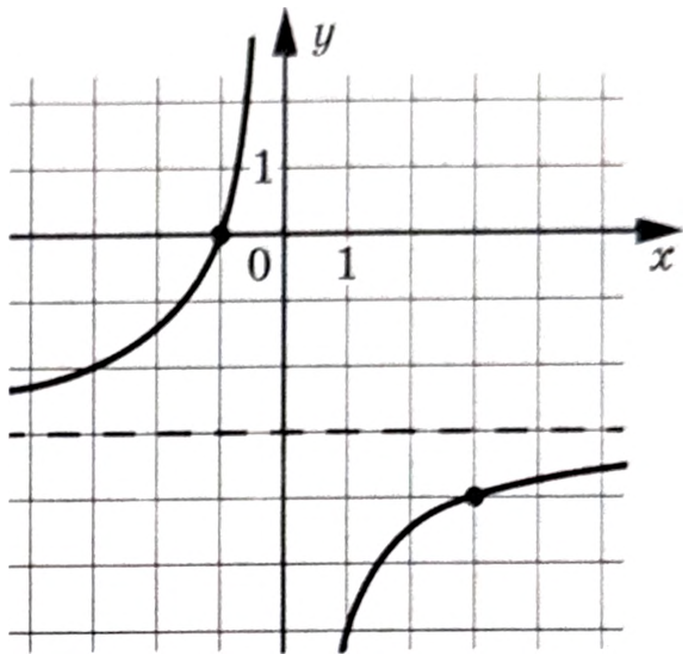
Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=\dfrac{k}{x}+b$.

Найдите $f(-15)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y=\dfrac{1}{3}x\sqrt{x}-3x+70$ на отрезке $[9;\ 81]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $8^{1-4x}-21\cdot 4^{1,5-3x}+640=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;\ -0,5]$.

14 Ребро AB основания $ABCD$ правильной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно $2\sqrt{6}$, а высота AA_1 равна $2\sqrt{5}$. На рёбрах AB и C_1D_1 отметили точки N и K соответственно так, что N — середина ребра, а $C_1K:KD_1=2:1$. Через точки N и K параллельно прямой BD провели плоскость α.

а) Докажите, что прямая CA_1 перпендикулярна плоскости α.

б) Найдите объём пирамиды с вершиной в точке C и основанием, которое образовано сечением призмы плоскостью α.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

15 Решите неравенство $\log_{0,5}\dfrac{x-3}{x+3}+2\log_4\left(x^2-9\right)\geq 5$.

16 В январе 2028 года Михаил планирует открыть вклад на 3 года на целое число миллионов рублей, а в январе 2029 и 2030 годов дополнительно вносить на этот вклад ещё по 1 млн рублей. Банк предложил Михаилу два варианта условий по вкладу. В обоих вариантах условий в декабре каждого года действия вклада начисляются проценты на сумму, находящуюся на вкладе. Начисленные проценты при этом остаются на вкладе, увеличивая сумму вклада.
По первому варианту процентная ставка по годам составляет 10, 15 и 20 процентов соответственно, а по второму — 20, 15 и 10 процентов.
Михаил выбрал наиболее выгодное предложение. Найдите наименьший первоначальный взнос по вкладу, если при закрытии вклада через 3 года итоговая сумма должна составить не менее 11,5 млн рублей. Ответ дайте в миллионах рублей.

17 Точка M — середина стороны BC ромба $ABCD$, $DB=DM$.

а) Докажите, что косинус острого угла ромба равен 0,75.

б) На луче BH, где BH — высота треугольника BDM, отметили такую точку P, что в четырёхугольник $ABPD$ можно вписать окружность. Найдите радиус этой окружности, если $AB=4$.

18 Найдите все неотрицательные значения a, при каждом из которых уравнение

$$|x-a|+|2x+3a|=1-ax$$

имеет ровно одно решение.

19 Для набора 60 различных целых чисел выполнено, что сумма любых двух чисел из этого набора больше суммы любых шести чисел из этого набора.

а) Может ли одним из этих чисел быть число -400?
б) Может ли одним из этих чисел быть число 400?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел этого набора?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

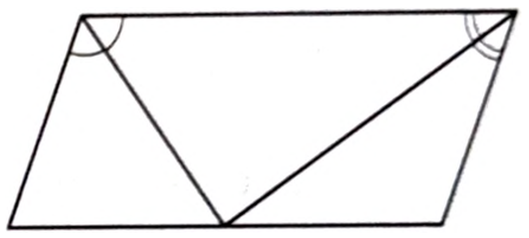
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 4

Часть 1

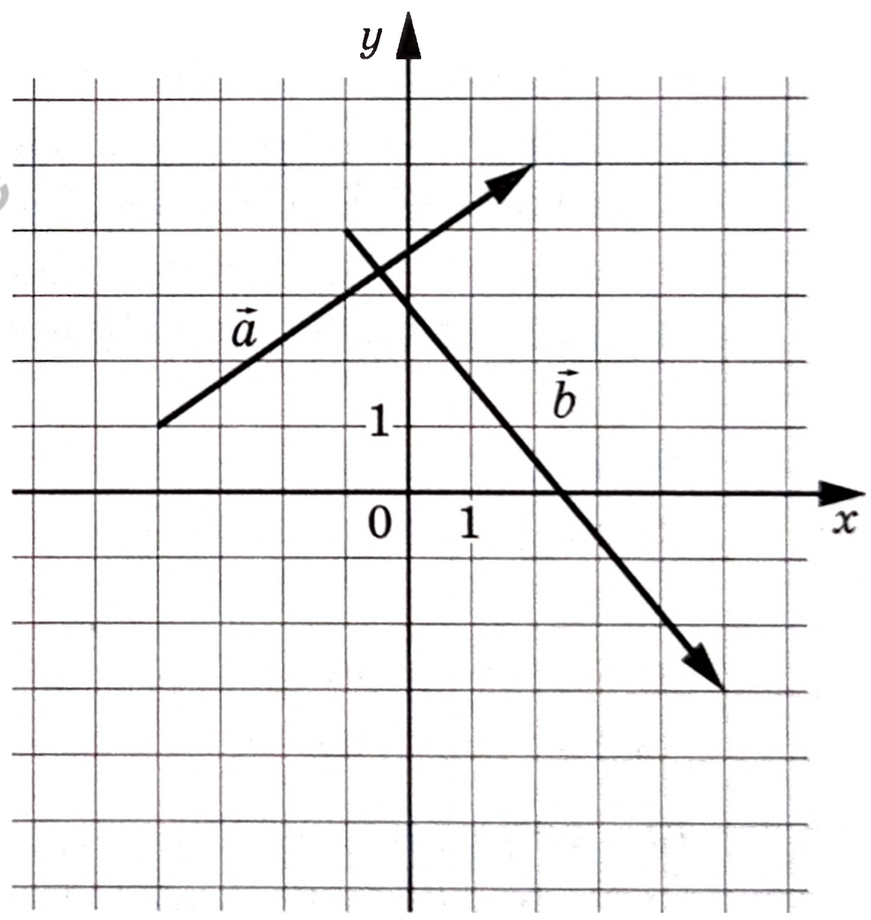
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Точка пересечения биссектрис двух углов параллелограмма, прилежащих к одной стороне, принадлежит противоположной стороне. Найдите меньшую сторону параллелограмма, если его периметр равен 15.



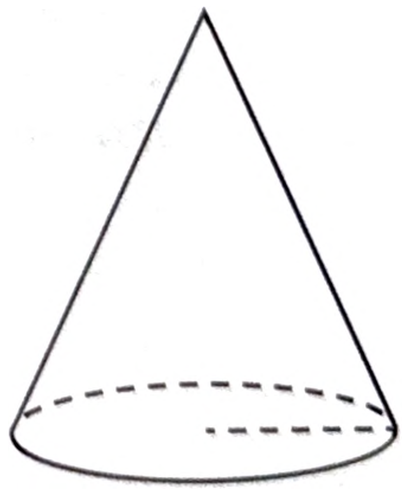
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты у которых — целые числа. Найдите скалярное произведение векторов $0{,}5\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: _____.

3 Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 2 раза, а образующая увеличится в 7 раз?



Ответ: _____.

4 В чемпионате по теннису участвует 26 спортсменов, среди которых 4 теннисиста из России, в том числе Глеб Орлов. Для игр первого тура участников разбивают на игровые пары случайным образом. Найдите вероятность того, что в первом туре Глеб Орлов будет играть с каким-либо теннисистом из России.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

5 В классе 27 человек, в том числе три подруги — Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на три равные группы. Найдите вероятность того, что хотя бы две из трёх подруг окажутся в одной группе. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

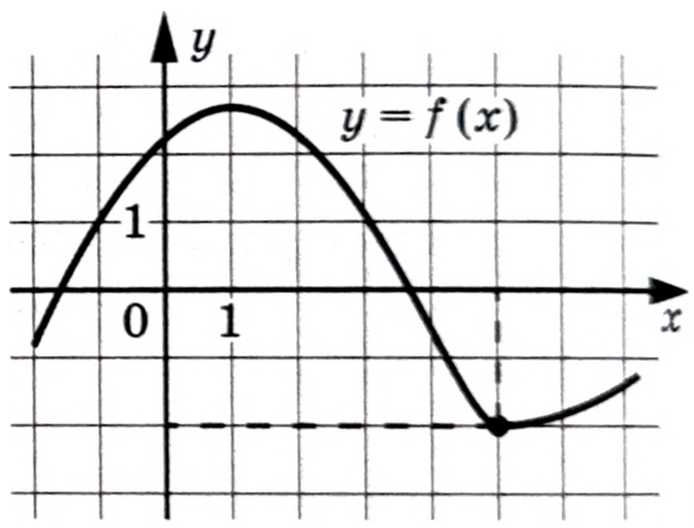
6 Найдите корень уравнения $(x+3)^3=-343$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\sqrt{300}\cos^2\frac{19\pi}{12}-\sqrt{75}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 5. Найдите значение производной функции в точке $x_0=5$.



Ответ: _____.

9 Расстояние (в км) от наблюдателя, находящегося на высоте h км над землёй, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{2Rh}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий у подножия смотровой площадки, видит горизонт на расстоянии 8 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 24 километров?

Ответ: _____.

10 Каждая из двух труб с одинаковой пропускной способностью может наполнить бассейн за 14 часов. Через 4 часа после того, как одна труба наполняла бассейн, подключили вторую трубу, и бассейн наполнили две трубы вместе. Сколько часов потребовалось на наполнение бассейна?

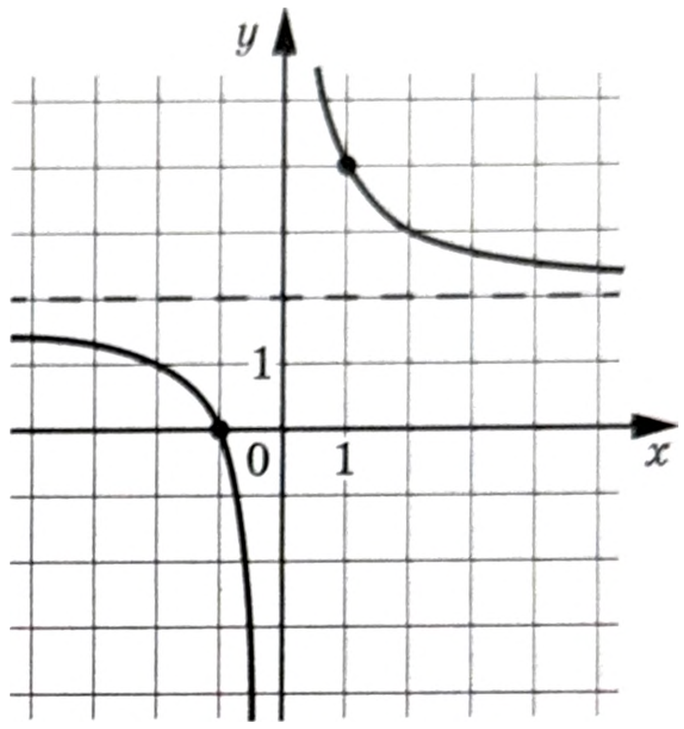
Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=\dfrac{k}{x}+b$.

Найдите $f(-20)$.

Ответ: _____.



12 Найдите наименьшее значение функции $y=-\dfrac{2}{5}x\sqrt{x}+3x-8$ на отрезке $[4;\ 36]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4^{1-10x}-29\cdot 32^{0,4-2x}+400=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-0,5;\ 0]$.

14 Ребро AB основания $ABCD$ правильной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равно $2\sqrt{6}$, а высота AA_1 равна $2\sqrt{7}$. На рёбрах AB и C_1D_1 отметили точки N и K соответственно так, что N — середина ребра, а $C_1K:KD_1=1:2$. Через точки N и K параллельно прямой BD провели плоскость α.

а) Докажите, что прямая CA_1 перпендикулярна плоскости α.

б) Найдите объём пирамиды с вершиной в точке C и основанием, которое образовано сечением призмы плоскостью α.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

15 Решите неравенство $2\log_4(x^2-4)-\log_{0,5}\dfrac{x-2}{x+2}\geq -3$.

16 В январе 2028 года Елена планирует открыть вклад на 4 года на целое число миллионов рублей, а в январе 2029, 2030 и 2031 годов дополнительно вносить на этот вклад ещё по 1 млн рублей. Банк предложил Елене два варианта условий по вкладу. В обоих вариантах условий в декабре каждого года действия вклада начисляются проценты на сумму, находящуюся на вкладе. Начисленные проценты при этом остаются на вкладе, увеличивая сумму вклада.
По первому варианту процентная ставка по годам составляет 10, 10, 20 и 20 процентов соответственно, а по второму — 20, 20, 10 и 10 процентов.
Елена выбрала наиболее выгодное предложение. Найдите наименьший первоначальный взнос по вкладу, если при закрытии вклада через 4 года итоговая сумма должна составить не менее 11 млн рублей. Ответ дайте в миллионах рублей.

17 На стороне BC ромба $ABCD$ отметили точку M такую, что $BM:MC=2:3$, $DB=DM$.

а) Докажите, что косинус острого угла ромба равен 0,8.

б) На луче BH, где BH — высота треугольника BDM, отметили такую точку P, что около четырёхугольника $ABPD$ можно описать окружность. Найдите радиус этой окружности, если $AB=\sqrt{10}$.

18 Найдите все отрицательные значения a, при каждом из которых уравнение

$$|2x-3a|+|x+a|=ax+0,5$$

имеет ровно два различных решения.

19 Для набора 50 различных целых чисел выполнено, что сумма любых трёх чисел из этого набора больше суммы любых пяти чисел из этого набора.

а) Может ли одним из этих чисел быть число −300?
б) Может ли одним из этих чисел быть число 300?
в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел этого набора?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

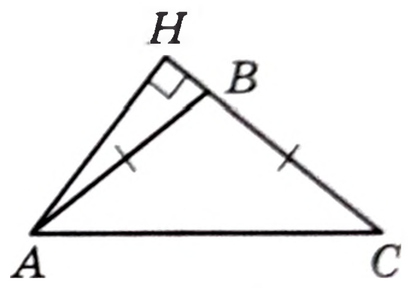
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 5

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC высота AH равна 13, $AB = BC$, $AC = 20$. Найдите синус угла CAB.



Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(4;-3)$ и $\vec{b}(7;24)$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Куб вписан в шар радиуса $4{,}5\sqrt{3}$. Найдите объём куба.

Ответ: _____.

4 В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с чёрными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или чёрной, равна 0,77, а того, что она окажется красной или чёрной, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется чёрной.

Ответ: _____.

5 Правильный игральный кубик бросили десять раз. Известно, что в какой-то момент сумма выпавших при бросаниях очков оказалась равна 4. Какова вероятность того, что к этому моменту было сделано ровно два броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $16^{2x} = 2^{6x-12}$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $3^{3+\log_3 2}$.

Ответ: _____.

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=-\frac{1}{4}t^3+7t^2-8t$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=8$ с.

Ответ: _____.

9 Груз массой 0,25 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v=v_0\sin\frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T=6$ с — период колебаний, $v_0=0{,}8$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E=\frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 5 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

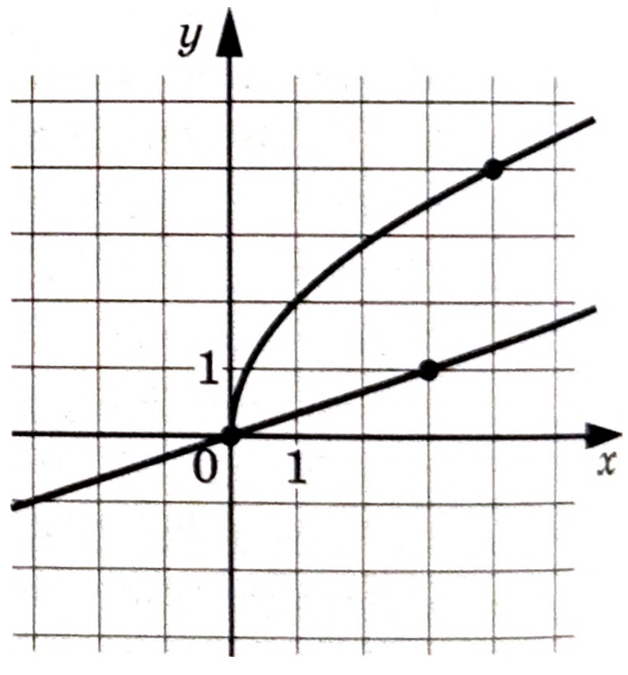
Ответ: _____.

10 Смешали 20-процентный и 45-процентный растворы кислоты и получили 36-процентный раствор кислоты. Если к полученному раствору добавить 10 кг чистой воды, то получится 30-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 20-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

sbor25.me

11 На рисунке изображены графики функций $f(x)=kx+b$ и $g(x)=p\sqrt{x}$, которые пересекаются в начале координат и в точке B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y=2x^3-9x^2-24x+14$ на отрезке $[-2;\,7]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4\log_4^3(x+2)+16\log_{16}^2(x+2)+0{,}5\log_{0,5}(x+2)=1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_{0,4}4;\ \log_4 0{,}4\right]$.

14 В правильной пирамиде $SABCD$ с высотой SO точка K — середина ребра SB. Прямая DK пересекается с плоскостью SAC в точке N.

а) Докажите, что прямая a, проходящая через точку N параллельно прямой SC, делит ребро SA в отношении $1:2$.

б) Найдите расстояние между прямыми DK и SC, если $AB=2$, $SO=3$.

15 Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{4-x}}{2^{x^2-5}-17\cdot 2^{0,5x^2-4,5}+1}\le 0$.

16 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 2 млн 400 тыс. рублей на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца из первых шести месяцев действия кредита долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- 1-го числа каждого месяца из последних шести месяцев действия кредита долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 2 млн 691 тысяч рублей. Найдите r.

17 В равнобедренную трапецию $ABCD$ с бóльшим основанием AD вписаны две окружности так, что одна из них касается сторон AB, BC и AD, вторая — сторон BC, CD и AD, а сами они касаются друг друга внешним образом. Точка касания стороны CD с одной из окружностей радиуса r делит сторону CD в отношении $1:4$.

а) Докажите, что $r=0{,}4\cdot CD$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около трапеции $ABCD$, если $AB=30$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4-(y+a)^4-0{,}5a^2x^2+0{,}5a^2(y+a)^2=0, \\ y=ax \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 В трёхзначном числе $\overline{abc}$ (равно $100a+10b+c$) произведение его цифр abc не равно 0.

а) Может ли число $\overline{abc}$ быть в девять раз больше произведения abc?

б) Может ли число $\overline{abc}$ быть в два раза больше произведения abc?

в) Найдите наибольшее возможное отношение числа $\overline{abc}$ к произведению abc.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

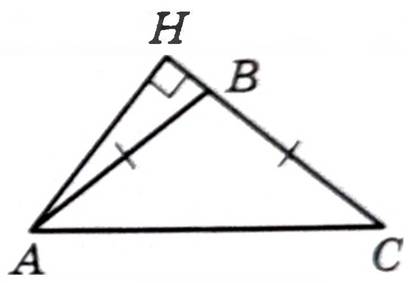
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 6

Часть 1

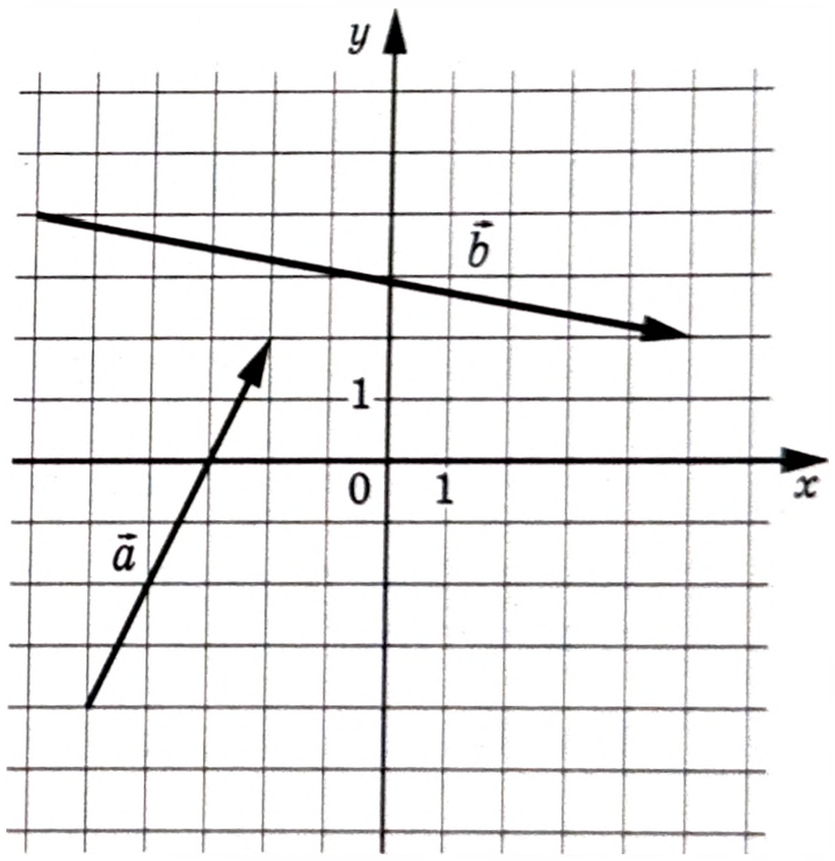
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC высота AH равна $4\sqrt{6}$, $AB=BC$, $AC=25$. Найдите косинус угла CAB.



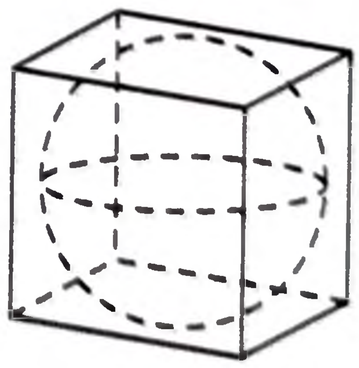
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты у которых — целые числа. Найдите $\cos\angle(\vec{a};\vec{b})$.



Ответ: _____.

3 Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 3. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: _____.

4 В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с чёрными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей или чёрной, равна 0,86, а того, что она окажется красной или синей, равна 0,58. Найдите вероятность того, что ручка окажется синей.

Ответ: _____.

5 Правильный игральный кубик бросили десять раз. Известно, что в какой-то момент сумма выпавших при бросаниях очков оказалась равна 3. Какова вероятность того, что к этому моменту был сделан ровно один бросок? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

6 Найдите корень уравнения $2^{-7-4x}=64^{x}$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $2^{3+\log_2 12}$.

Ответ: _____.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\frac{1}{2}t^4-t^3+3t^2+7t$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=2$ с.

Ответ: _____.

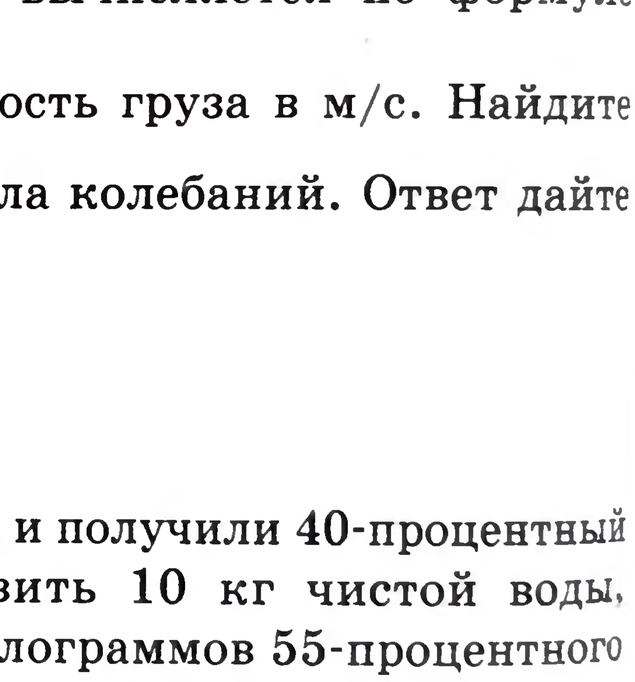
9 Груз массой 0,58 кг колеблется на пружине. Его скорость v меняется по закону $v=v_0\sin\frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний, $T=6$ с — период колебаний, $v_0=2$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E=\frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза в килограммах, v — скорость груза в м/с. Найдите кинетическую энергию груза через 4 секунды после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

10 Смешали 55-процентный и 30-процентный растворы кислоты и получили 40-процентный раствор кислоты. Если к полученному раствору добавить 10 кг чистой воды, то получится 32-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 55-процентного раствора использовали для получения смеси?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x)=kx+b$ и $g(x)=p\sqrt{x}$, которые пересекаются в начале координат и в точке B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: _____.

shop25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите наименьшее значение функции $y=2x^3+9x^2+12x-5$ на отрезке $[-3;4]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\log_3^3(x-3)^2+8\log_3\dfrac{1}{(x-3)}+16=\log_3^2\dfrac{1}{(x-3)^4}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_{0,6}\dfrac{1}{6};\log_{0,8}\dfrac{1}{8}\right]$.

14 В правильной пирамиде $SABCD$ с высотой SO точка K — середина ребра SB. Прямая DK пересекается с плоскостью SAC в точке N.

а) Докажите, что прямая a, проходящая через точку N параллельно прямой SC, делит ребро SA в отношении $1:2$.
б) Найдите расстояние между прямыми DK и SC, если $AB=2\sqrt{3}$, $SO=9$.

15 Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x+5}}{2^{x^2-6}-9\cdot 2^{0,5x^2-4,5}+1}\geq 0$.

16 15 января планируется взять кредит в банке на сумму 3 млн 600 тыс. рублей на 12 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца из первых шести месяцев действия кредита долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- 1-го числа каждого месяца из последних шести месяцев действия кредита долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 4 млн 153,5 тысячи рублей. Найдите r.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В равнобедренную трапецию $ABCD$ с бóльшим основанием AD вписаны две окружности так, что одна из них касается сторон AB, BC и AD, вторая — сторон BC, CD и AD, а сами они касаются друг друга внешним образом. Точка касания стороны CD с одной из окружностей радиуса r делит сторону CD в отношении $1:9$.

а) Докажите, что $r=0{,}3\cdot CD$.
б) Найдите радиус окружности, описанной около трапеции $ABCD$, если $AB=20$.

18 Найдите все положительные значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(x+a)^4-y^4-0{,}5a^2(x+a)^2+0{,}5a^2y^2=0,\\ y=ax+\dfrac{a}{2}\end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19 В трёхзначном числе $\overline{abc}$ (равно $100a+10b+c$) произведение его цифр abc не равно 0.

а) Может ли число $\overline{abc}$ быть в пять раз больше произведения abc?
б) Может ли число $\overline{abc}$ быть в 120 раз больше произведения abc?
в) Найдите наименьшее возможное отношение числа $\overline{abc}$ к произведению abc.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

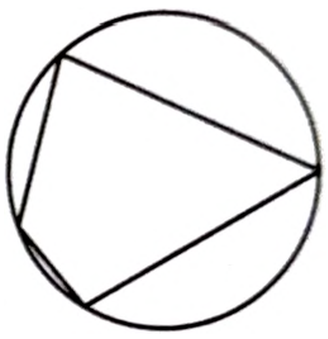
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 7

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны $48°$ и $74°$. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.

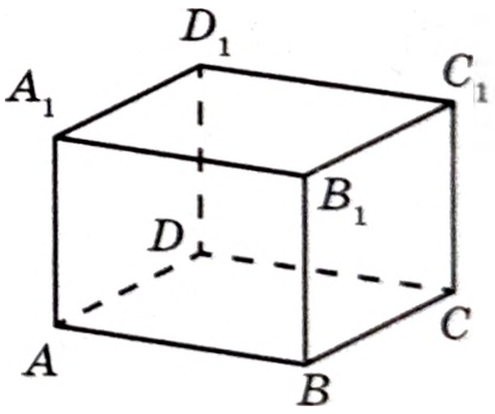


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(-4;6)$ и $\vec{b}(-2;-7)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=6$, $AD=9$, $AA_1=7$.



Ответ: _____.

4 В фирме такси в наличии 25 легковых автомобилей: 11 чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: _____.

5 Биатлонист по одному разу стреляет по пяти мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист 4 раза попадёт в мишени и один раз промахнётся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $1+\log_5(2x+17)=2\log_5(x+1)$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

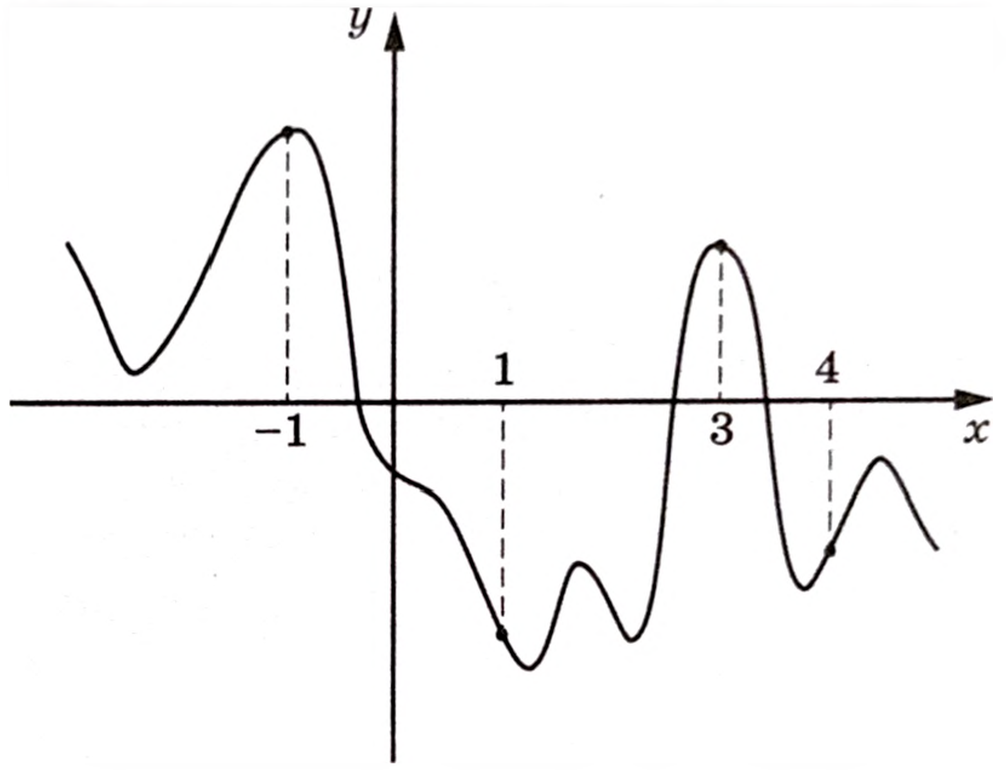
Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha=\dfrac{2}{\sqrt{29}}$ и $\alpha\in\left(\dfrac{3\pi}{2};2\pi\right)$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -1, 1, 3, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

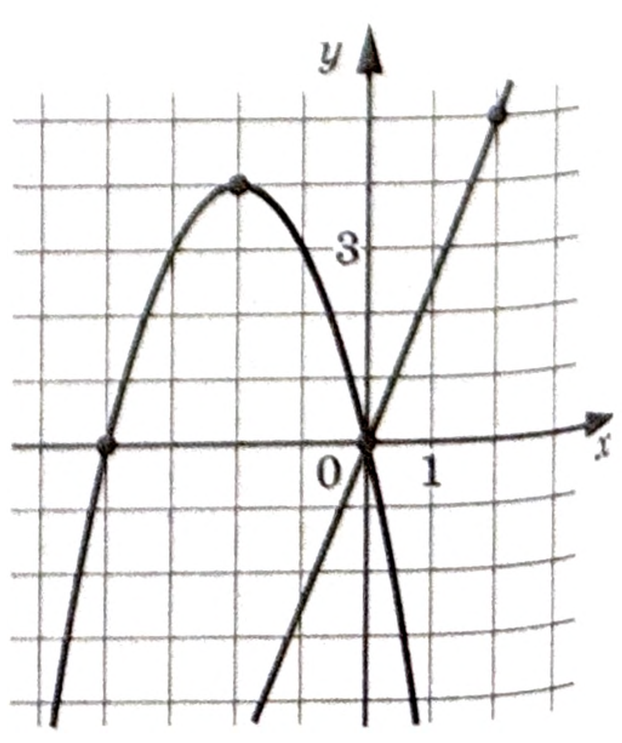
9 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta=\dfrac{T_1-T_2}{T_1}\cdot 100\,\%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре T_1 нагревателя КПД этого двигателя будет 15 %, если температура холодильника $T_2=323$ К? Ответ дайте в кельвинах.

Ответ: _____.

10 Из города А в город Б выехал автобус, а через полчаса со скоростью 85 км/ч следом за ним выехал автомобиль, догнал автобус в городе К и повернул обратно. Когда автомобиль вернулся в А, автобус прибыл в Б. Найдите расстояние от А до К, если расстояние между городами А и Б равно 174 км. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x)=kx+b$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в начале координат и в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку минимума функции $y=(77-x)e^{77-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\dfrac{\sin^4 x-\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)-\cos^2 x}{2\sin^2\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{\pi}{4}\right)+3\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{4}\right)-2}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0;\ 4\pi]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ высота AA_1 в 1,25 раза больше стороны AB основания ABC. Через прямую A_1C_1 перпендикулярно плоскости ACB_1 провели плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро BB_1 в отношении 12:13.
б) Найдите угол между плоскостями BCC_1 и α.

15 Решите неравенство $\sqrt{x^2-7}<1+\dfrac{4}{5-\sqrt{x^2-7}}$.

16 В июле 2029 года планируется взять кредит в банке на 6 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2030, 2031 и 2032 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года в период с 2030 по 2034 годы долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июне 2035 года необходимо выплатить 484 тысячи рублей и тем самым полностью погасить кредит.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 2 млн 376 тысяч рублей?

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 Окружность с центром в точке O радиуса R вписана в угол с вершиной в точке B, равный $60°$. Точки A и C — точки касания угла и окружности, а AE и CD — диаметры окружности.

а) Докажите, что $AB = DE$.
б) Прямые BD и BE вторично пересекают окружность в точках N и P соответственно. Найдите площадь четырёхугольника $DEPN$, если $R = 7\sqrt{3}$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\cos ax = 0{,}6$$

имеет на отрезке $[\pi; 6\pi]$ ровно десять корней.
При решении можно воспользоваться оценкой: $0{,}92 < \arccos 0{,}6 < 0{,}93$.

19 На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно удвоенной сумме цифр первого, а третье равно утроенной сумме цифр второго.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 2025?
б) Может ли сумма этих чисел быть равна 2026?
в) Найдите количество четырёхзначных чисел, которые могут быть первым числом в тройке, при условии, что третье число равно 12.

sbor25.me

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

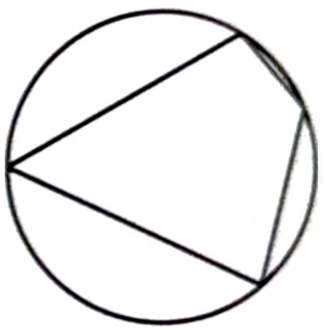
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 8

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Два угла вписанного в окружность четырёхугольника равны $54°$ и $78°$. Найдите больший из оставшихся углов. Ответ дайте в градусах.



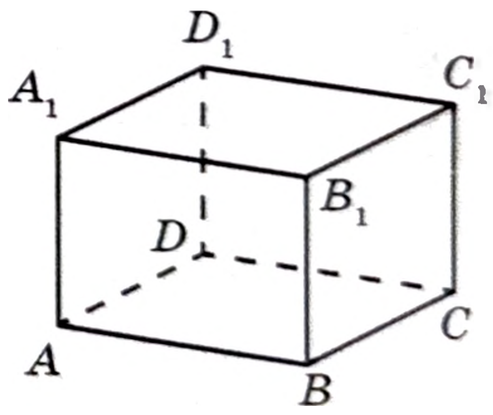
Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(9;-8)$ и $\vec{b}(3;8)$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

Ответ: _____.

sbor25.me

3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, B_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=9$, $AD=8$, $AA_1=10$.



Ответ: _____.

4 В фирме такси в наличии 20 легковых автомобилей: 7 чёрного цвета с жёлтыми надписями на бортах, остальные — жёлтого цвета с чёрными надписями. Найдите вероятность того, что на случайный вызов приедет машина жёлтого цвета с чёрными надписями.

Ответ: _____.

5 Биатлонист по одному разу стреляет по пяти мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист 4 раза попадёт в мишени и один раз промахнётся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $2\log_3(x+2)=1+\log_3(4x+8)$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

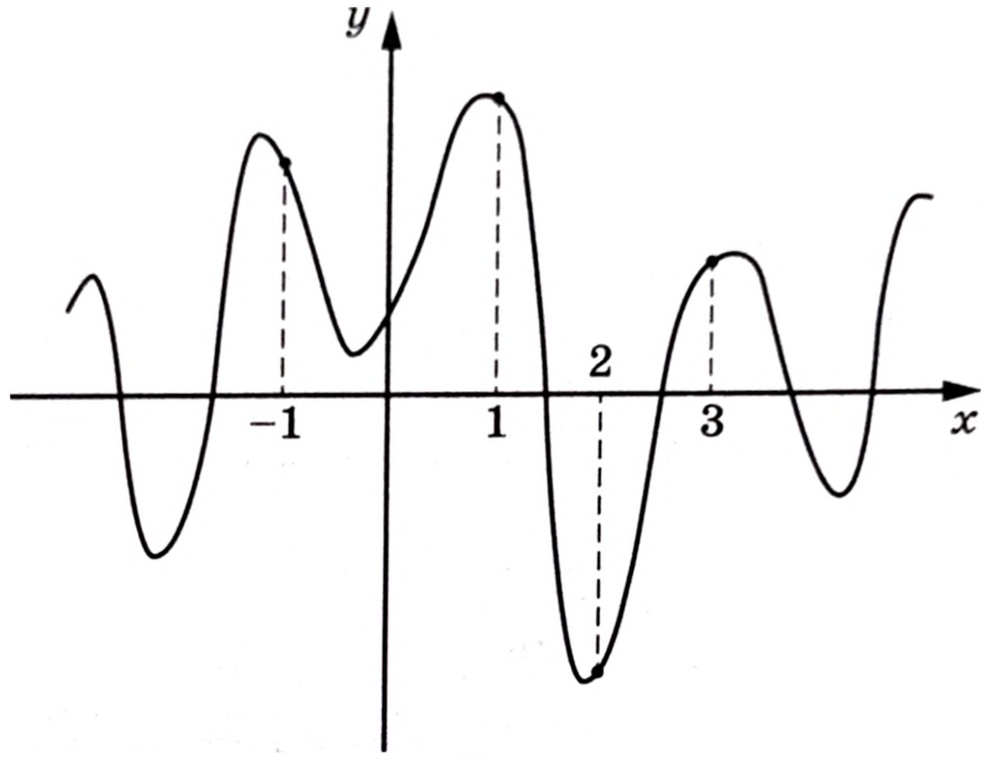
Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите $\operatorname{tg}\alpha$, если $\sin\alpha=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ и $\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечены точки -1, 1, 2, 3. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

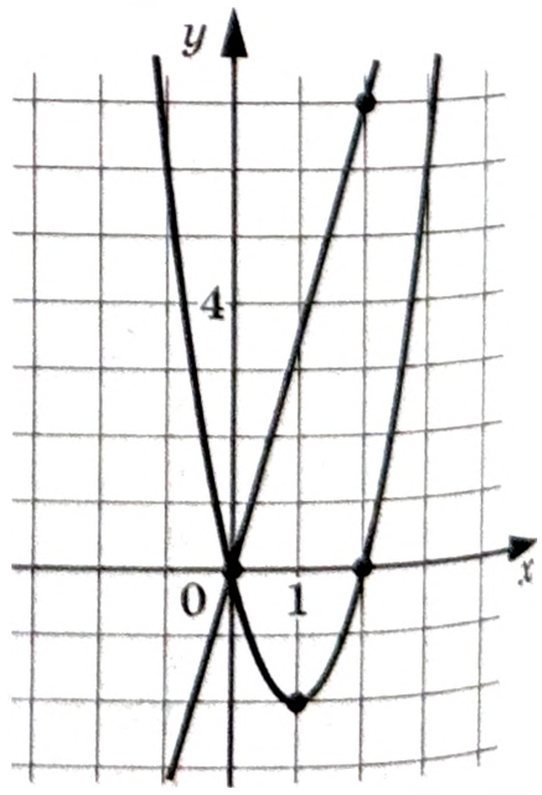
9 Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta=\dfrac{T_1-T_2}{T_1}\cdot 100\,\%$, где T_1 — температура нагревателя (в кельвинах), T_2 — температура холодильника (в кельвинах). При какой температуре T_1 нагревателя КПД этого двигателя будет 25 %, если температура холодильника $T_2=336$ К? Ответ дайте в кельвинах.

Ответ: _____.

10 Из города А в город Б выехал автобус, а через 2 часа со скоростью 65 км/ч следом за ним выехал автомобиль, догнал автобус в городе К и повернул обратно. Когда автомобиль вернулся в А, автобус прибыл в Б. Найдите расстояние от А до К, если расстояние между городами А и Б равно 336 км. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x)=kx+b$ и $g(x)=ax^2+bx+c$, которые пересекаются в начале координат и в точке A. Найдите абсциссу точки A.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку максимума функции $y=(x+81)e^{81-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\dfrac{\cos^4 x+\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}+2x\right)-\sin^2 x}{2\cos^2\left(-\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{x}{4}\right)-5\sin\left(\dfrac{x}{4}+\dfrac{\pi}{8}\right)-2}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi;\ 4\pi]$.

14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ высота AA_1 в 1,5 раза больше стороны AB основания ABC. Через прямую A_1C_1 перпендикулярно плоскости ACB_1 провели плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро BB_1 в отношении $1:2$.
б) Найдите угол между плоскостями BCC_1 и α.

15 Решите неравенство $\sqrt{x^2-5}>3+\dfrac{1}{1-\sqrt{x^2-5}}$.

16 В июле 2029 года планируется взять кредит в банке на 6 лет. Условия его возврата таковы:
- в январе 2030, 2031 и 2032 годов долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- в январе 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года в период с 2030 по 2034 годы долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2035 года необходимо выплатить 480 тысяч рублей и тем самым полностью погасить кредит.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 2 млн 800 тысяч рублей?

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 Окружность с центром в точке O радиуса R вписана в угол с вершиной в точке B, равный $120°$. Точки A и C — точки касания угла и окружности, а AE и CD — диаметры окружности.

а) Докажите, что $AD = 3BC$.
б) Прямые BD и BE вторично пересекают окружность в точках N и P соответственно. Найдите PN, если $R = 13$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\cos ax = 0{,}4$$

имеет на отрезке $[-\pi; 4\pi]$ ровно десять корней.
При решении можно воспользоваться оценкой: $1{,}1 < \arccos 0{,}4 < 1{,}2$.

19 На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно учетверённой сумме цифр первого, а третье равно учетверённой сумме цифр второго.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 2025?
б) Может ли сумма этих чисел быть равна 2026?
в) Найдите количество четырёхзначных чисел, которые могут быть первым числом в тройке, при условии, что третье число равно 16.

sbor25.ru

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

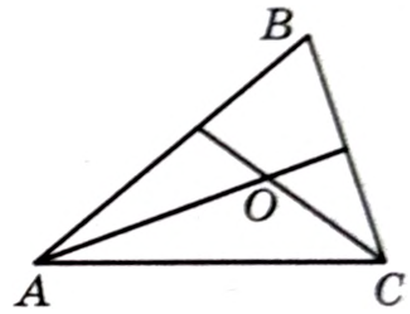
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 9

Часть 1

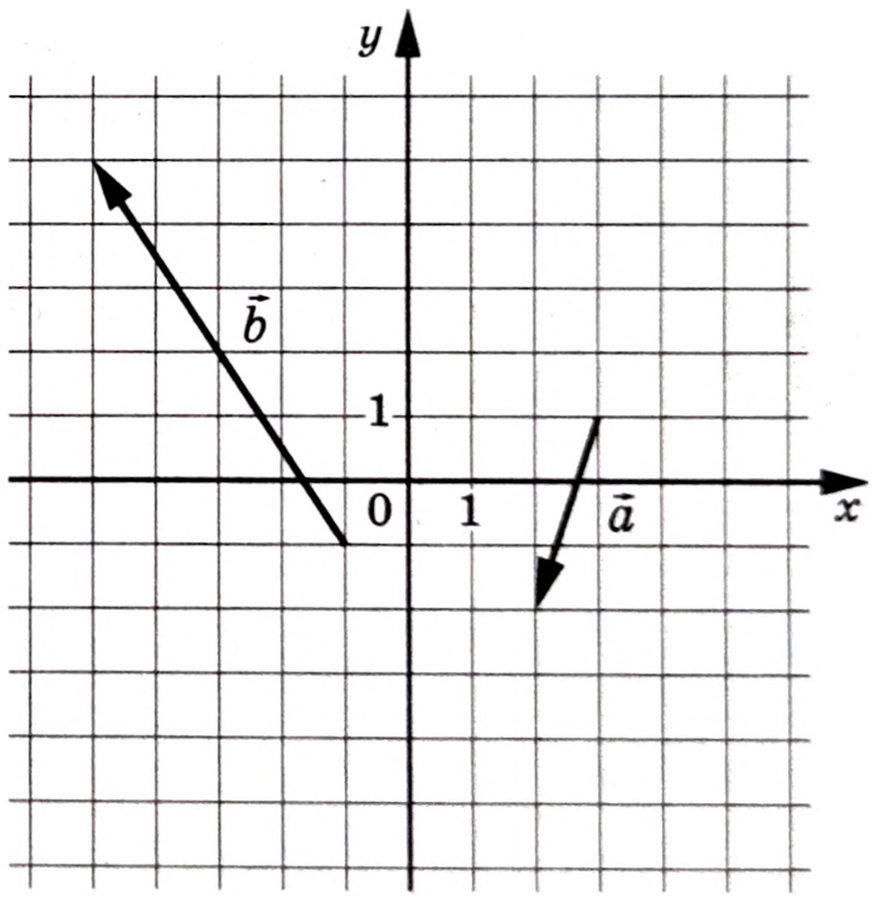
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC угол B равен $68°$, биссектрисы углов BAC и ACB пересекаются в точке O. Найдите угол AOC. Ответ дайте в градусах.



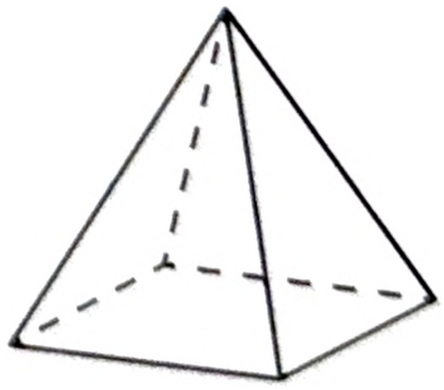
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты у которых — целые числа. Найдите длину вектора $1{,}5\vec{b}-\vec{a}$.



Ответ: _____.

3 Стороны основания правильной четырёхугольной пирамиды равны 6, боковые рёбра равны 5. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Ответ: _____.

4 На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждого из участвующих городов, в том числе группы из Уфы, Москвы и Самары. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Самары будет выступать позже группы из Москвы, но раньше группы из Уфы? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

5 Баскетболист на тренировке бросает мяч в кольцо 5 раз. Вероятность попадания при каждой отдельной попытке равна 0,8. Во сколько раз вероятность события *«ровно 4 попадания»* больше вероятности события *«ровно 3 попадания»*?

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\sqrt{-x}=x+6$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{6^{6,2}\cdot 5^{3,2}}{30^{4,2}}$.

Ответ: _____.

8 Прямая $y=-6x+15$ является касательной к графику функции $y=x^3+5x^2-3x+6$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

sbor25.me

9 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_п=15\,^\circ\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m=1{,}4$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x, вода охлаждается от начальной температуры $T_в=75\,^\circ\text{C}$ до температуры T, причём $x=\alpha\dfrac{cm}{\gamma}\log_2\dfrac{T_в-T_п}{T-T_п}$,

где $c=4200\dfrac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma=63\dfrac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot{}^\circ\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha=1{,}8$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 168 м.

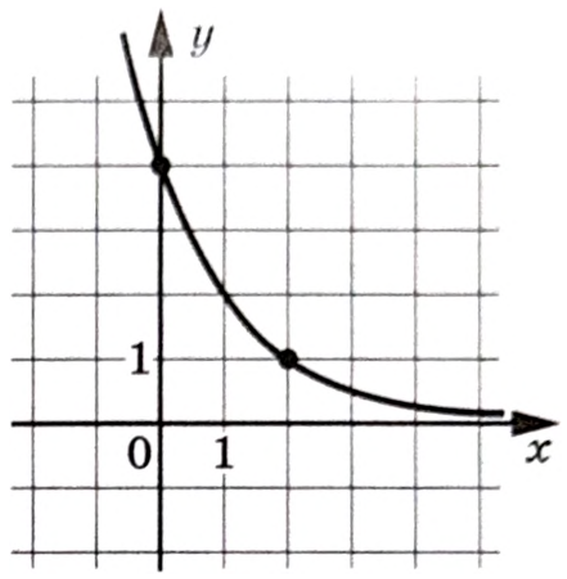
Ответ: _____.

10 Первый мастер изготавливает на 4 детали в час меньше, чем второй. Сколько деталей в час изготавливает второй мастер, если заказ на 220 деталей он выполняет на 2 часа 40 минут быстрее, чем первый мастер выполняет заказ на 260 деталей?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=a^{x+b}$. Найдите $f(-3)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y=\dfrac{25x^2+169}{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x\cdot\sin 4x-\cos 4x\cdot\sin\dfrac{5\pi}{6}=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi;\ -2\pi]$.

14 В правильной пирамиде $SABCDEF$ высота SO в 3 раза больше стороны основания. На ребре SC отметили такую точку N, что треугольник BDN равносторонний.

а) Докажите, что точка N — середина ребра SC.
б) Найдите угол между плоскостями AFN и ABC.

15 Решите неравенство $\dfrac{\log^2_{0,5}\left(x^4\right)-x^2}{100-x^2}\le 1$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В январе 2028 года планируется открыть вклад на 4 года на целое число сотен тысяч рублей, а в январе 2029, 2030 и 2031 годов дополнительно вносить на этот вклад ещё по 500 тысяч рублей. Банк в конце каждого года увеличивает сумму вклада на 10 %. Какую наименьшую сумму надо вложить первоначально, чтобы банк начислил в качестве процентов более 1 млн рублей? Ответ дайте в рублях.

17 В треугольнике ABC со сторонами $AB=6\sqrt{5}$, $AC=8\sqrt{3}$ и $BC=6$ на стороне BC отметили точку D так, что $BD:DC=1:2$.

а) Докажите, что AD — высота треугольника ABC.

б) На луче BC отметили точку E такую, что AC — биссектриса треугольника BAE. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник BAE.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(x-y)^2-(3a-8)^2+2(ax-ay+xy)=a^2-16,\\ |xy|=a^2\end{cases}$$

имеет не менее семи различных решений.

19 Коля записал на доске 20 различных натуральных чисел, каждое из которых меньше 1000. Петя записал на доске квадраты всех чисел, которые записал Коля. Получилось так, что среднее арифметическое любых трёх чисел, которые записал Петя, — целое число. Одно из чисел, записанных на доске, равно 625.

а) Может ли на доске быть записано число 10 816?

б) Может ли на доске быть записано число 93 636?

в) Какое наибольшее количество пар одинаковых чисел может быть написано на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

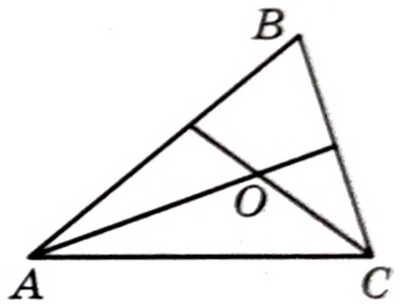
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 10

Часть 1

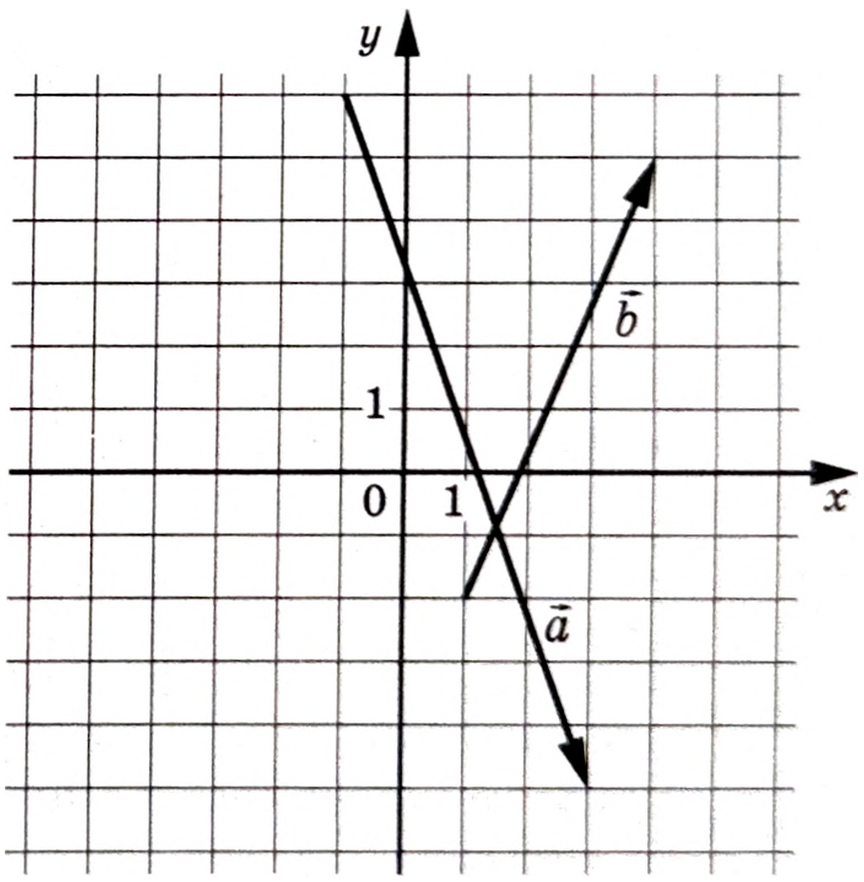
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC угол B равен $74°$. Найдите угол AOC, где O — центр вписанной окружности. Ответ дайте в градусах.



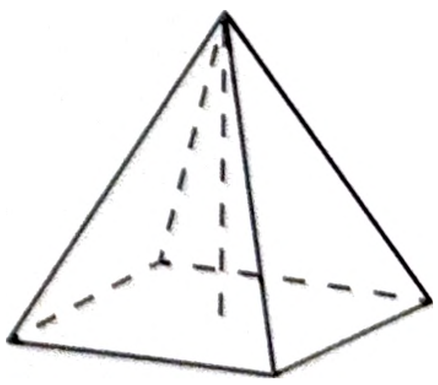
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты у которых — целые числа. Найдите длину вектора $\vec{b}-3\vec{a}$.



Ответ: _____.

3 Найдите площадь поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, стороны основания которой равны 10, а высота равна 12.



Ответ: _____.

4 На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран, в том числе группы из Дании, Бельгии, Швеции и Норвегии. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать позже групп из Швеции, Бельгии и Норвегии? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

5 В магазине куплено 6 одинаковых луковиц гиацинтов. Вероятность того, что каждая отдельная луковица успешно прорастёт, равна 0,7. Во сколько раз вероятность события *«прорастёт ровно 4 луковицы»* больше вероятности события *«прорастёт ровно 3 луковицы»*?

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\sqrt{-x}=x+12$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{6^{-3,7}\cdot 3^{6,7}}{2^{-2,7}}$.

Ответ: _____.

8 Прямая $y=7-9x$ является касательной к графику функции $y=ax^2+21x-2$. Найдите a.

Ответ: _____.

sbor25.me

9 Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_п=25\,°C$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m=0{,}5$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x, вода охлаждается от начальной температуры $T_в=81\,°C$ до температуры T, причём $x=\alpha\dfrac{cm}{\gamma}\log_2\dfrac{T_в-T_п}{T-T_п}$, где $c=4200\dfrac{\text{Вт}\cdot\text{с}}{\text{кг}\cdot°\text{C}}$ — теплоёмкость воды, $\gamma=42\dfrac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot°\text{C}}$ — коэффициент теплообмена, а $\alpha=1{,}1$ — постоянная. Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 110 м.

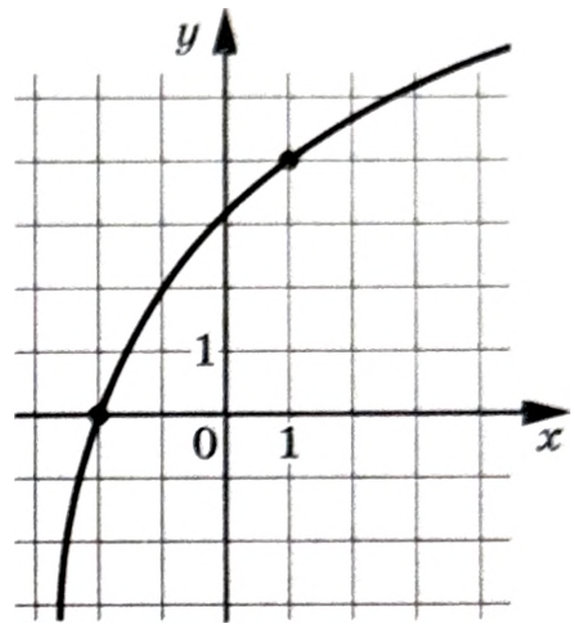
Ответ: _____.

10 Первый мастер изготавливает на 5 деталей в час меньше, чем второй. Сколько деталей в час изготавливает первый мастер, если заказ на 250 деталей он выполняет на 2 часа 20 минут медленнее, чем второй мастер выполняет заказ на 230 деталей?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=\log_a(x+b)$. Найдите $f(29)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y=\dfrac{4x^2+225}{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sin 2x\cdot\sin 4x+\cos 4x\cdot\cos\dfrac{2\pi}{3}=\sin\left(2x-\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{7\pi}{2};\ -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 В правильной пирамиде $SABCDEF$ высота SO в 3 раза больше стороны основания. На ребре SC отметили такую точку N, что треугольник BDN равносторонний.

а) Докажите, что точка N — середина ребра SC.
б) Найдите угол между плоскостями FDN и ABC.

15 Решите неравенство $\dfrac{x^2-\log^2_{\sqrt{3}}|x|}{x^2-9}\geq 1$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В январе 2028 года планируется открыть вклад на 4 года на целое число сотен тысяч рублей, а в январе 2029, 2030 и 2031 годов дополнительно вносить на этот вклад ещё по 400 тысяч рублей. Банк в конце каждого года увеличивает сумму вклада на 10 %. Какую наименьшую сумму надо вложить первоначально, чтобы банк начислил в качестве процентов более 800 тысяч рублей? Ответ дайте в рублях.

17 В треугольнике ABC со сторонами $AB=6\sqrt{2}$, $AC=2\sqrt{15}$ и $BC=6$ на стороне BC отметили точку D так, что $BD:DC=2:1$.

а) Докажите, что AD — высота треугольника ABC.

б) На луче BC отметили точку E такую, что AC — биссектриса треугольника BAE. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BAE.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(x+y)^2-(4a+9)^2+9=2(ax-ay+xy),\\ |xy|=a^2\end{cases}$$

имеет не менее семи различных решений.

19 Коля записал на доске 15 различных натуральных чисел, каждое из которых меньше 5000. Петя записал на доске квадраты всех чисел, которые записал Коля. Получилось так, что среднее арифметическое любых трёх чисел, которые записал Петя, — целое число. Одно из чисел, записанных на доске, равно 2401.

а) Может ли на доске быть записано число 10 816?

б) Может ли на доске быть записано число 40 401?

в) Какое наибольшее количество пар одинаковых чисел может быть написано на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

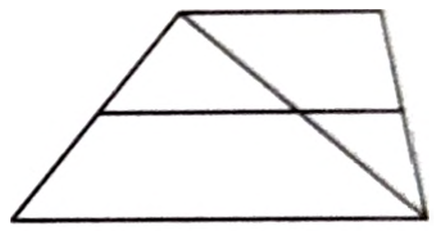
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 11

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Средняя линия трапеции равна 24. Одна из диагоналей трапеции делит среднюю линию в отношении 2:3. Найдите большее основание трапеции.

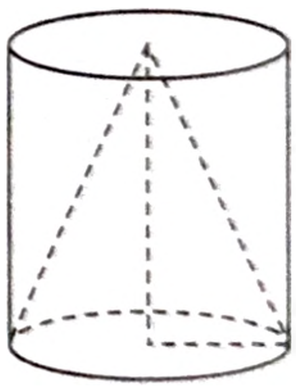


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(16;\ -0{,}4)$ и $\vec{b}(2;\ 5)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём конуса равен 48. Найдите объём цилиндра.



Ответ: _____.

4 Термометр измеряет температуру в помещении. Вероятность того, что температура окажется ниже +18 °C, равна 0,27. Вероятность того, что температура окажется выше +21 °C, равна 0,36. Найдите вероятность того, что температура в помещении окажется в промежутке от +18 °C до +21 °C.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по трём мишеням. Вероятность попадания в мишень первым выстрелом равна 0,5. Если стрелок промахнулся, он стреляет по мишени второй раз. Вероятность попадания в мишень вторым выстрелом равна 0,6. Найдите вероятность того, что стрелок поразит ровно одну мишень из трёх.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{4}\right)^{1-3x} = 2^{x+2}$.

Ответ: _____.

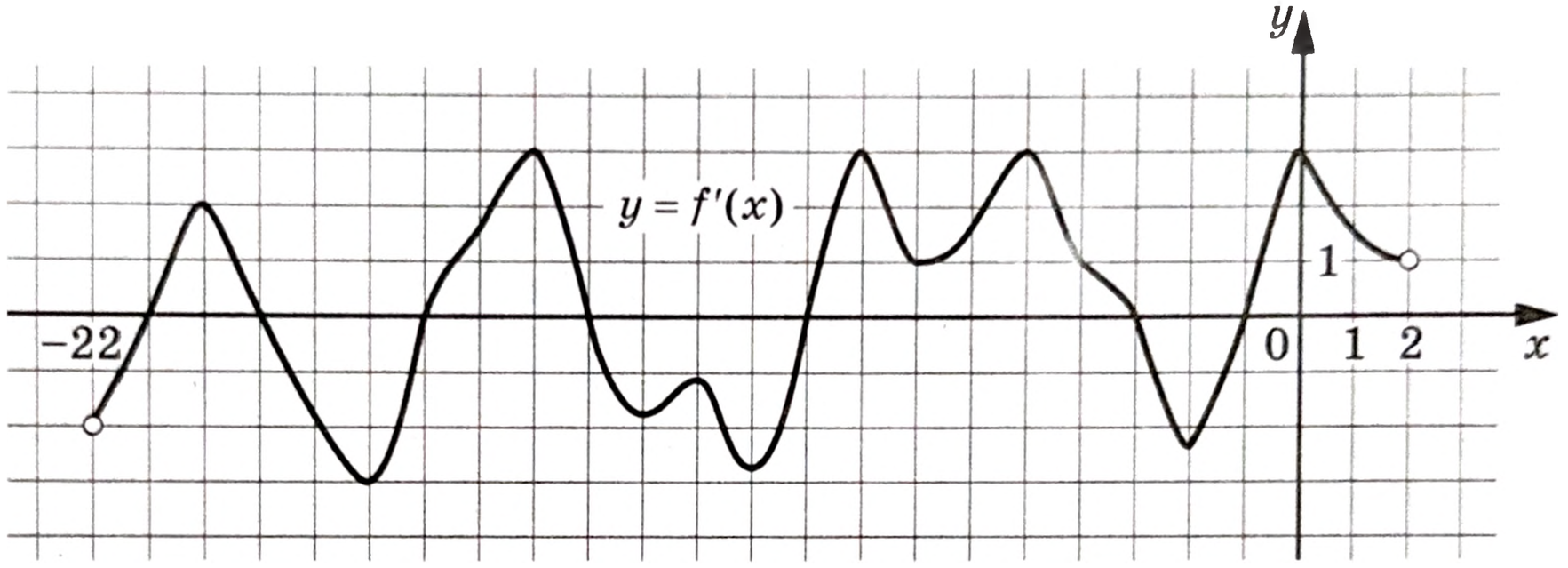
sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $\log_{2,5} 4 - \log_{2,5} 10$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-22;\ 2)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-18;\ 1]$.



Ответ: _____.

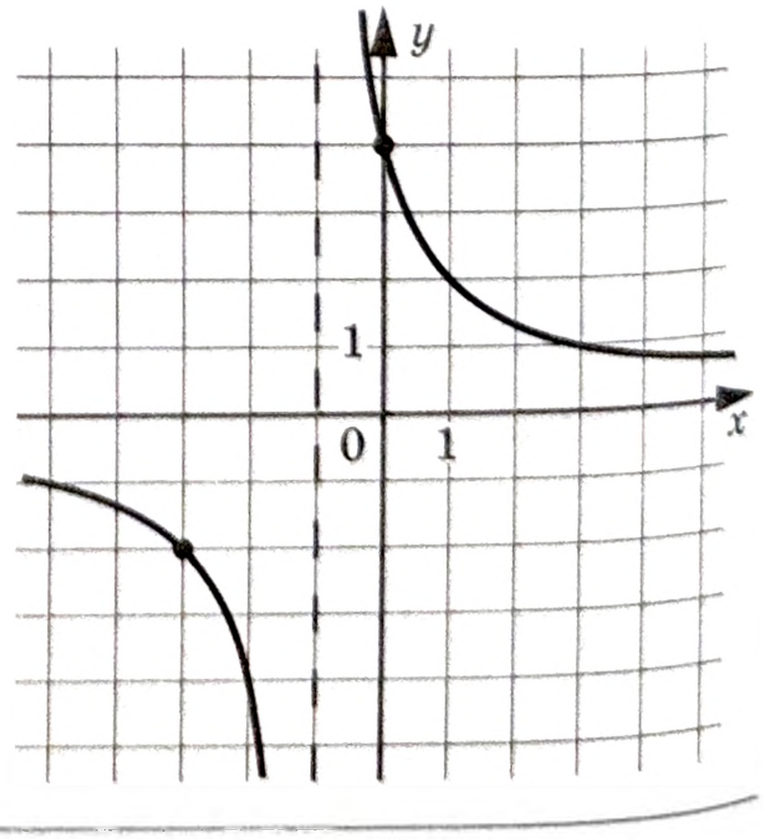
9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч^2. Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,9 километра, приобрести скорость 150 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2.

Ответ: _____.

10 Расстояние между пристанями A и B равно 160 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 38 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \dfrac{k}{x+a}$. Найдите значение x, при котором $f(x) = 20$.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку минимума функции $y=(x+13)^2 e^{6-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sin^4\frac{x}{4}-\cos^4\frac{x}{4}=\cos\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi;\,-\pi]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки D и E делят соответственно рёбра AC и SB так, что $AD:DC=SE:EB=1:2$. На продолжении ребра SC за точку S отмечена точка O. Прямые OD и OE пересекают рёбра AS и BC в точках P и F соответственно, причём $BF=FC$.

а) Докажите, что отрезки DE и PF пересекаются.
б) Найдите отношение $AP:PS$.

15 Решите неравенство $16\cdot5^{1-\frac{8}{x}}-189\cdot20^{-\frac{4}{x}}+25\cdot2^{2-\frac{16}{x}}\le0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 4 года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить 312 500 рублей.

Какую сумму (в рублях) планируется взять в кредит, если он будет полностью погашен этими четырьмя платежами?

17 Окружность с центром в точке O вписана в ромб $ABCD$ и касается его сторон AB, CD и AD соответственно в точках F, K и P.

а) Докажите, что прямая FP параллельна диагонали ромба BD.
б) Найдите длину диагонали BD, если известно, что $FP=12$ и $PK=5$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

18 Найдите все значения a, при каждом из которых площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{a}{2}x+2a$ и $y=a|x|+|a|$, будет меньше 7, но не меньше 3.

19 На координатной прямой отмечены целые числа. Митя играет в следующую игру: фишка стоит на отметке 0; Митя бросает игральный кубик и сдвигает фишку на выпавшее число очков вправо (положительное направление прямой), если выпадает чётное число очков, и влево (отрицательное направление прямой), если выпадает нечётное число очков. Через некоторое время Митя закончил игру.

а) Может ли фишка оказаться на отметке «−50», если Митя 30 раз бросил кубик?

б) Известно, что чётное число очков выпадало столько же раз, сколько и нечётное число очков. Какое наименьшее число бросков кубика понадобится, чтобы фишка оказалась на отметке «−50»?

в) Известно, что чётное число очков выпадало столько же раз, сколько и нечётное число очков. Какое наименьшее число бросков кубика понадобится, чтобы фишка оказалась на отметке «−57», если также известно, что при бросании кубика каждая грань выпадала хотя бы один раз, но любые две грани не выпадали одинаковое количество раз.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

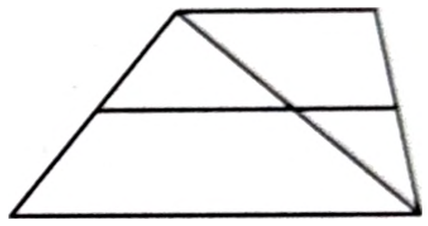
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 12

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Средняя линия трапеции равна 30. Одна из диагоналей трапеции делит среднюю линию в отношении 5 : 3. Найдите меньшее основание трапеции.

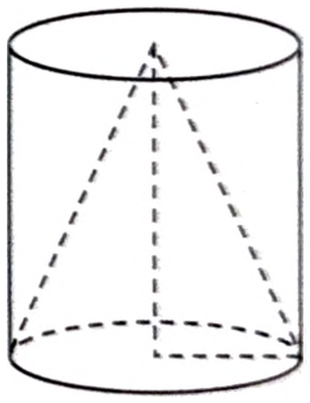


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(-8;\ 0{,}5)$ и $\vec{b}(5;\ 24)$. Найдите скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объём цилиндра равен 72. Найдите объём конуса.



Ответ: _____.

4 В магазине в одной коробке лежат вперемешку ручки с чёрными, синими и красными чернилами, одинаковые на вид. Покупатель случайным образом выбирает одну ручку. Вероятность того, что она окажется синей, равна 0,47, а того, что она окажется красной, равна 0,18. Найдите вероятность того, что ручка окажется чёрной.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по трём мишеням. Вероятность попадания в мишень первым выстрелом равна 0,4. Если стрелок промахнулся, он стреляет по мишени второй раз. Вероятность попадания в мишень вторым выстрелом равна 0,5. Найдите вероятность того, что стрелок поразит ровно две мишени из трёх.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $4^{x-2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{3x+1}$.

Ответ: _____.

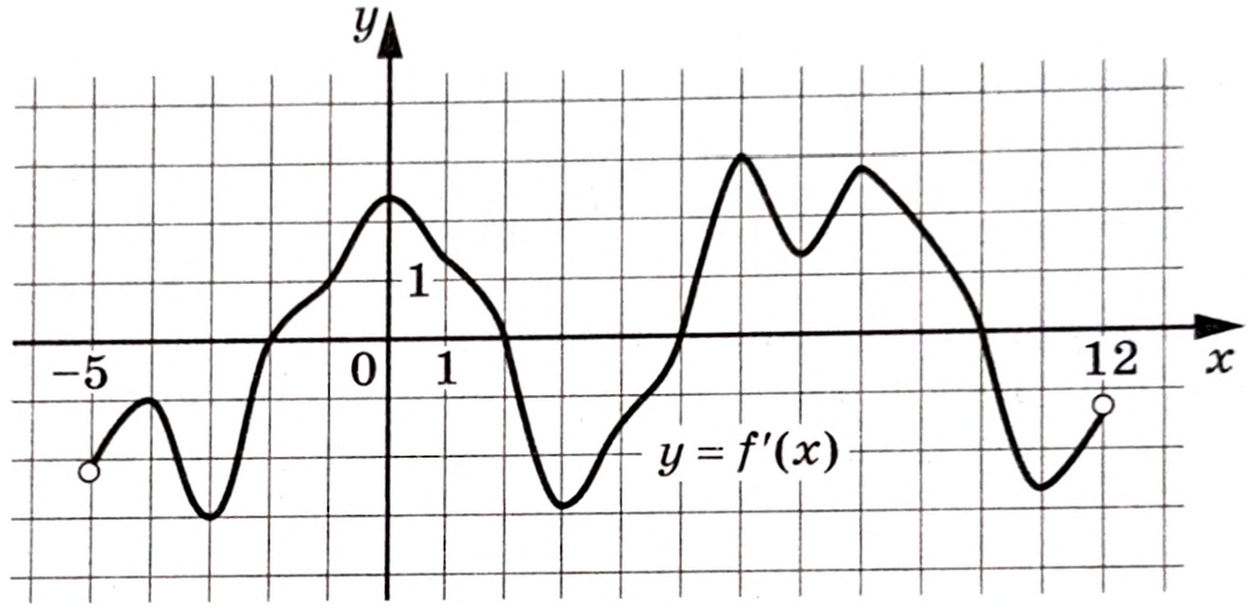
sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $\log_{0,2} 100 - \log_{0,2} 4$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5;\ 12)$. Найдите количество точек минимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-4;\ 9]$.



Ответ: _____.

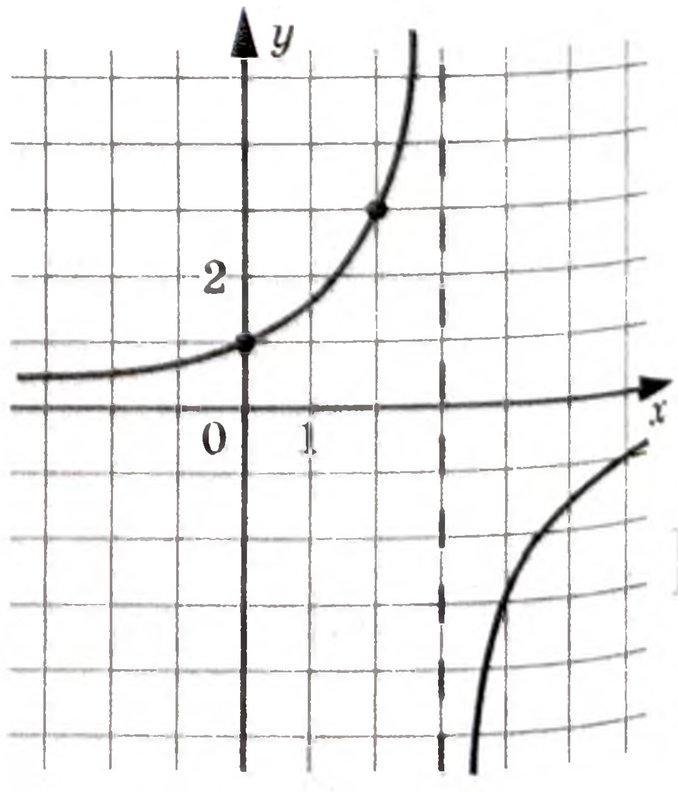
9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a = 6250$ км/ч^2. Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите, сколько километров проедет автомобиль к моменту, когда он разгонится до скорости 100 км/ч.

Ответ: _____.

10 Расстояние между пристанями A и B равно 72 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 24 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = \dfrac{k}{x + a}$. Найдите $f(18)$.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите наибольшее значение функции $y=(x+15)^2 e^{-13-x}$ на отрезке $[-14;\,-12]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos^4\frac{x}{4}-\sin^4\frac{x}{4}=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi;\,5\pi]$.

14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки D и E делят соответственно рёбра AC и SB так, что $AD:DC=SE:EB=1:3$. На продолжении ребра SC за точку S отмечена точка O. Прямые OD и OE пересекают рёбра AS и BC в точках P и F соответственно, причём $CF=2FB$.

а) Докажите, что отрезки DE и PF пересекаются.
б) Найдите отношение $AP:AS$.

15 Решите неравенство $3\cdot 25^{1-\frac{3}{x}}-152\cdot 15^{-\frac{3}{x}}+5\cdot 3^{2-\frac{6}{x}}>0$.

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 4 года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить 324 000 рублей.

Какую сумму (в рублях) планируется взять в кредит, если он будет полностью погашен этими четырьмя платежами?

17 Окружность с центром в точке O вписана в ромб $ABCD$ и касается его сторон AB, CD и AD соответственно в точках F, K и P.

а) Докажите, что прямая FP параллельна диагонали ромба BD.
б) Найдите площадь ромба $ABCD$, если известно, что $FP=6$ и $PK=8$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

18 Найдите все значения a, при каждом из которых площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{a}{2}x+a$ и $y=a|x|-\left|\frac{a}{2}\right|$, будет больше 6, но не больше 12.

19 На координатной прямой отмечены целые числа. Митя играет в следующую игру: фишка стоит на отметке 0; Митя бросает игральный кубик и сдвигает фишку на выпавшее число очков вправо (положительное направление прямой), если выпадает чётное число очков, и влево (отрицательное направление прямой), если выпадает нечётное число очков. Через некоторое время Митя закончил игру.

а) Может ли фишка оказаться на отметке «0», если Митя 45 раз бросил кубик?

б) Известно, что чётное число очков выпадало столько же раз, сколько и нечётное число очков. Какое наименьшее число бросков кубика понадобится, чтобы фишка оказалась на отметке «−35»?

в) Известно, что чётное число очков выпадало столько же раз, сколько и нечётное число очков. Какое наименьшее число бросков кубика понадобится, чтобы фишка оказалась на отметке «−42», если также известно, что при бросании кубика каждая грань выпадала хотя бы один раз, но любые две грани не выпадали одинаковое количество раз?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

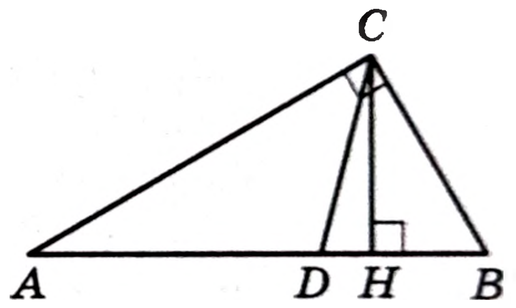
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 13

Часть 1

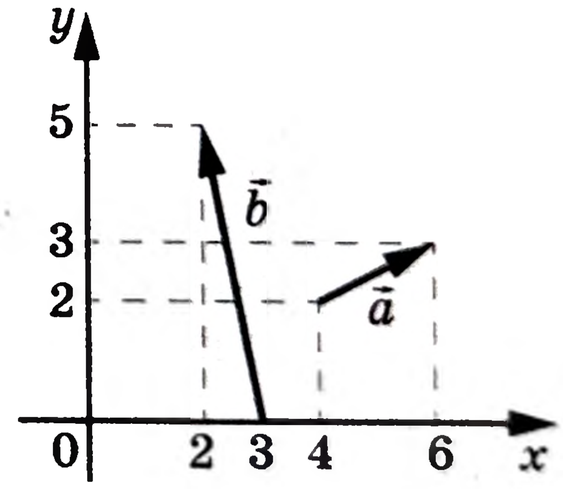
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен $67°$. Найдите угол между высотой CH и биссектрисой CD, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



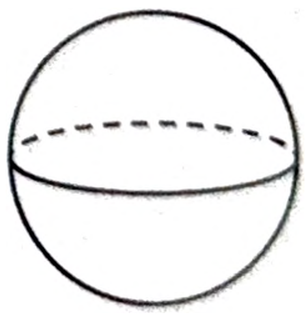
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину вектора $5\vec{b}-\vec{a}$.



Ответ: _____.

3 Площадь большого круга шара равна 12. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4 В классе 21 учащийся, среди них два друга — Вадим и Олег. Учащихся случайным образом разбивают на 3 равные группы. Найдите вероятность того, что Вадим и Олег окажутся в одной группе.

Ответ: _____.

5 По условиям лотереи каждый пятый билет является выигрышным. Какое наименьшее количество билетов нужно купить, чтобы среди них с вероятностью больше, чем 0,5, оказался выигрышный билет?

Ответ: _____.

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

6 Найдите корень уравнения $(1-x^2)^3=-27$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $7\cdot\sqrt[5]{256}\cdot\sqrt[20]{256}$.

Ответ: _____.

8 Прямая $y=7x+11$ параллельна касательной к графику функции $y=x^2+8x+6$. Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

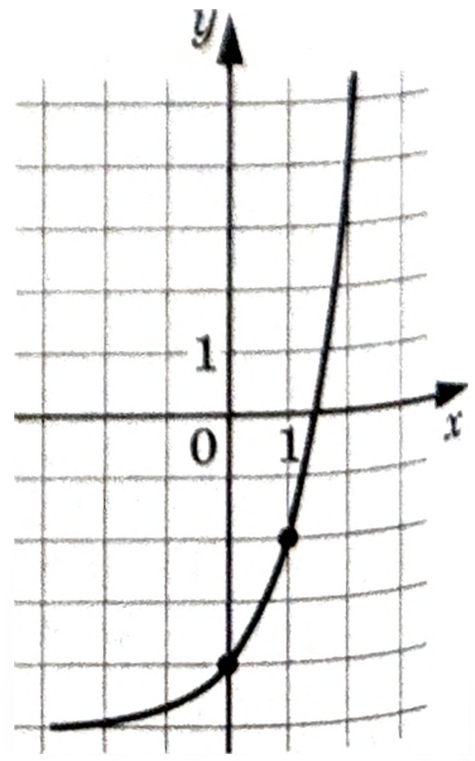
9 Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu=2$ моля воздуха объёмом $V_1=18$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A=\alpha\nu T\log_2\frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha=9{,}15\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ — постоянная, а $T=300$ К — температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10 980 Дж.

Ответ: _____.

10 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 12 рабочих, а во второй — 15 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 6 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=a^x+b$. Найдите значение x, при котором $f(x)=76$.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите наибольшее значение функции $y=\ln(5x)-5x-5$ на отрезке $[0{,}1;\,0{,}5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\cdot\sin^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)=\cos^4 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi;-2\pi]$.

14 В правильной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ на ребре CC_1 отметили точку K так, что $CK:KC_1=3:1$. Через точки K и D_1 параллельно прямой DF_1 провели плоскость α.
а) Докажите, что плоскость α пересекает ребро B_1C_1 в такой точке N, что $B_1N:NC_1=1:2$.
б) Найдите угол между плоскостями EFF_1 и α, если $AB=\sqrt{10}$, $AA_1=4$.

15 Решите неравенство $2^x\cdot\log_3 x+3^x\cdot\log_2 x\le 2\cdot 3^{x-1}\cdot\log_3 x+3\cdot 2^{x-1}\cdot\log_2 x$.

16 В мае 2027 года планируется взять кредит в банке на сумму 1400 тыс. рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:
– в январе 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг возрастает на 17 % по сравнению с концом предыдущего года;
– в январе 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 14 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по апрель каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в мае каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на май предыдущего года;
– к маю 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей последняя выплата будет меньше выплаты 2030 года?

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В параллелограмме $ABCD$ с острым углом BAD точка E — середина стороны BC. Через точку B перпендикулярно прямой AB и через точку E перпендикулярно прямой DE проведены соответственно две прямые, которые пересекаются в точке K.

а) Докажите, что $AK = KD$.

б) Найдите угол BAD, если расстояние от точки K до прямой AD равно длине отрезка EC и $\angle CED = 58°$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ||x| - |y|| = a, \\ x - 1 = \sqrt{y+4} \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Есть 60 карточек, на каждой из которых написано натуральное число больше 1. Все числа различные. На обратной стороне каждой карточки ставят цветовую отметку: если число делится на 3 — красную, если на 4 — синюю, если на 5 — зелёную. Получилось так, что на каждой карточке ровно две цветовые отметки.

а) Какое наибольшее количество карточек может быть с числами меньше 200?

б) Получилось, что на 20 карточках есть синяя и зелёная отметки, на 20 карточках есть синяя и красная отметки, на 20 карточках есть красная и зелёная отметки. Найдите наименьшее возможное значение наибольшего числа среди чисел, указанных на карточках.

в) Получилось, что на 45 карточках синяя отметка. Найдите наименьшее возможное значение наибольшего числа среди указанных на карточках.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

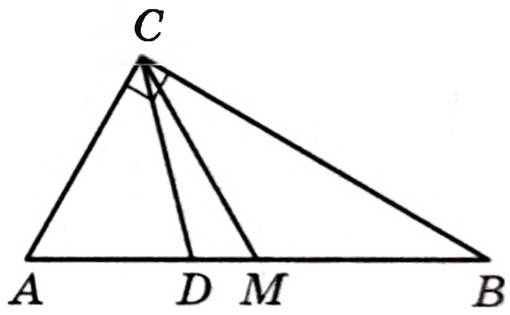
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 14

Часть 1

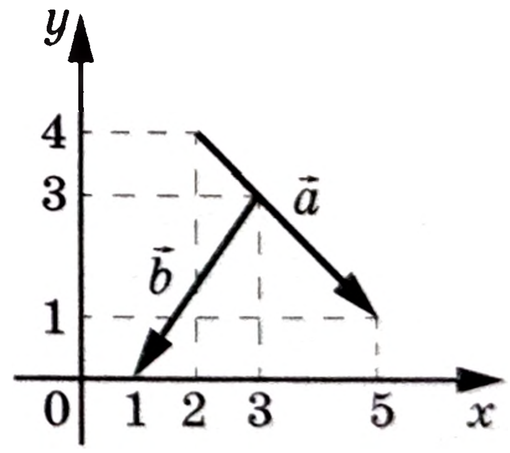
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен $36°$. Найдите угол между биссектрисой CD и медианой CM, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



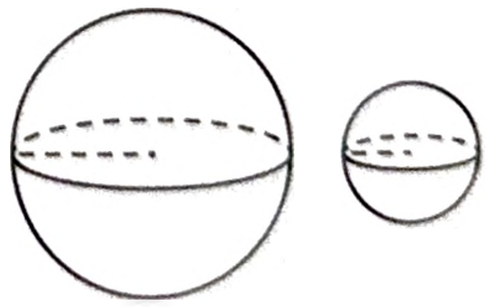
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите длину вектора $6\vec{a}-\vec{b}$.



Ответ: _____.

3 Дано два шара. Радиус первого шара в 1,8 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



Ответ: _____.

4 В классе 26 учащихся, среди них два друга — Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в разных группах.

Ответ: _____.

5 По условиям лотереи выигрышных билетов в ней всего на 20 % меньше, чем билетов без выигрыша. Какое наименьшее количество билетов нужно купить, чтобы среди них с вероятностью больше, чем 0,75, оказался выигрышный билет?

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

6 Найдите корень уравнения $(5-x^2)^4=256$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $6\cdot\sqrt[6]{243}\cdot\sqrt[30]{243}$.

Ответ: _____.

8 Прямая $y=9x-5$ является касательной к графику функции $y=x^2+7x+c$. Найдите c.

Ответ: _____.

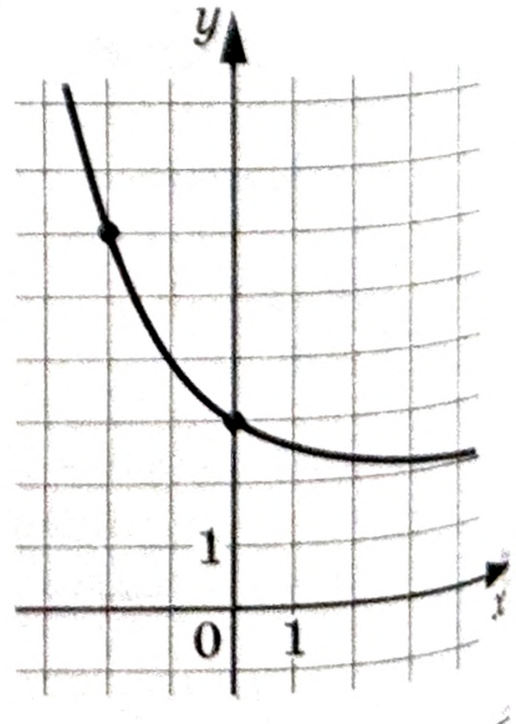
9 Водолазный колокол, содержащий $\nu=13$ молей воздуха при давлении $p_1=1{,}2$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A=\alpha\nu T\log_2\frac{p_2}{p_1}$, где $\alpha=15\ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}}$ – постоянная, $T=300$ К — температура воздуха. Найдите, какое давление p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 117 000 Дж.

Ответ: _____.

10 Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 12 рабочих, а во второй – 21 рабочий. Через 10 дней после начала работы в первую бригаду перешли 12 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=a^x+b$. Найдите $f(-4)$.



Ответ: _____.

© 2026, ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026, ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку минимума функции $y=5x-\ln(x+4)^5+9$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $3\cos^2\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\cdot\cos^2\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=\cos^4 x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[3\pi;\ 4\pi]$.

14 В правильной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ на ребре CC_1 отметили точку K так, что $CK:KC_1=4:1$. Через точки K и D_1 параллельно прямой DF_1 провели плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α пересекает ребро B_1C_1 в его середине.
б) Найдите угол между плоскостями AFF_1 и α, если $AB=4$, $AA_1=15$.

15 Решите неравенство $3^x\cdot\log_5 x+5^x\cdot\log_3 x>3\cdot5^{x-1}\cdot\log_5 x+5\cdot3^{x-1}\cdot\log_3 x$.

16 В июне 2028 года планируется взять кредит на 10 лет в размере 1500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь с 2029 по 2033 год долг возрастает на 22 % по сравнению с концом предыдущего года;
- каждый январь с 2034 по 2038 год долг возрастает на 18 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по май каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июне каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июнь предыдущего года;
- к июню 2038 года кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей последняя выплата будет меньше выплаты 2033 года?

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В параллелограмме $ABCD$ с острым углом BAD точка E — середина стороны BC. Через точку B перпендикулярно прямой AB и через точку E перпендикулярно прямой DE проведены соответственно две прямые, которые пересекаются в точке K.

а) Докажите, что $AK = KD$.

б) Найдите угол ADE, если расстояние от точки K до прямой AD равно длине отрезка EC и $\angle ADC = 110°$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |y| - |x| = a, \\ x - 4 = \sqrt{9 - y} \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19 Есть 60 карточек, на каждой из которых написано натуральное число больше 1. Все числа различные. На обратной стороне каждой карточки ставят цветовую отметку: если число делится на 3 — красную, если на 4 — синюю, если на 5 — зелёную. Получилось так, что на каждой карточке поставлено не менее двух цветовых отметок.

а) Какое наибольшее количество карточек может быть с числами меньше 200?

б) Получилось, что на k карточках есть только синяя и зелёная отметки, на k карточках — только синяя и красная, на k карточках — только красная и зелёная. Найдите наименьшее возможное значение наибольшего числа среди чисел, указанных на карточках.

в) Карточек с двумя отметками, одна из которых синяя, получилось 37. Найдите наименьшее возможное значение наибольшего числа среди указанных на карточках.

sbornik-ege25.me

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

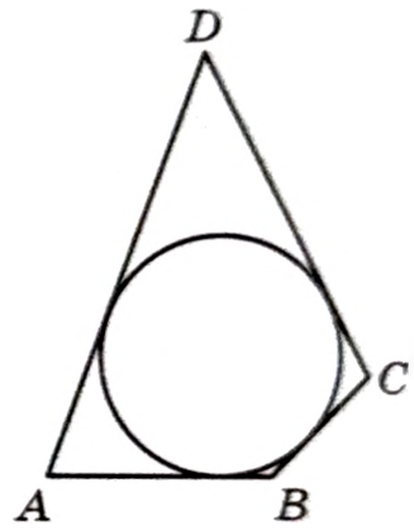
© 2026, ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026, ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 15

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB=10$, $BC=8$ и $CD=14$. Найдите четвёртую сторону четырёхугольника.

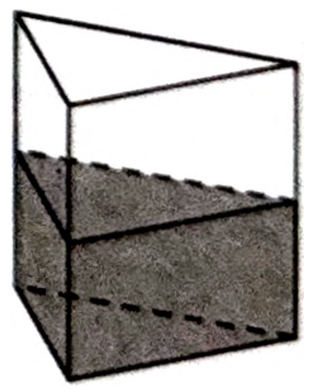


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(-3;-2)$ и $\vec{b}(3;b_0)$. Найдите b_0, если $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

Ответ: _____.

3 В сосуде, имеющем форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 120 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 4 раза больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

4 На олимпиаде по физике 250 участников собираются разместить в четырёх аудиториях: в трёх — по 70 человек, а оставшихся — в запасной аудитории в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник будет писать олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

5 На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в три раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй — 0,06. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется **не бракованной**.

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

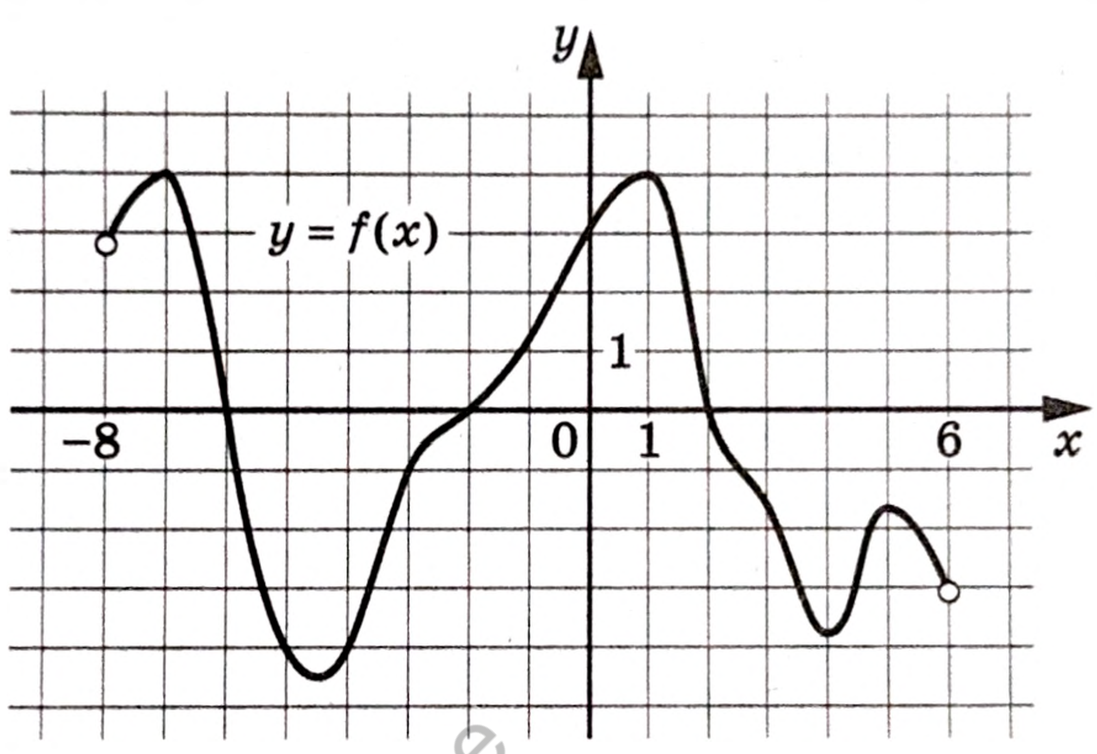
6 Найдите корень уравнения $4^{x-5}=8^{4x-2}$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(1-\log_5 15)(1-\log_3 15)$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённый на интервале $(-8; 6)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

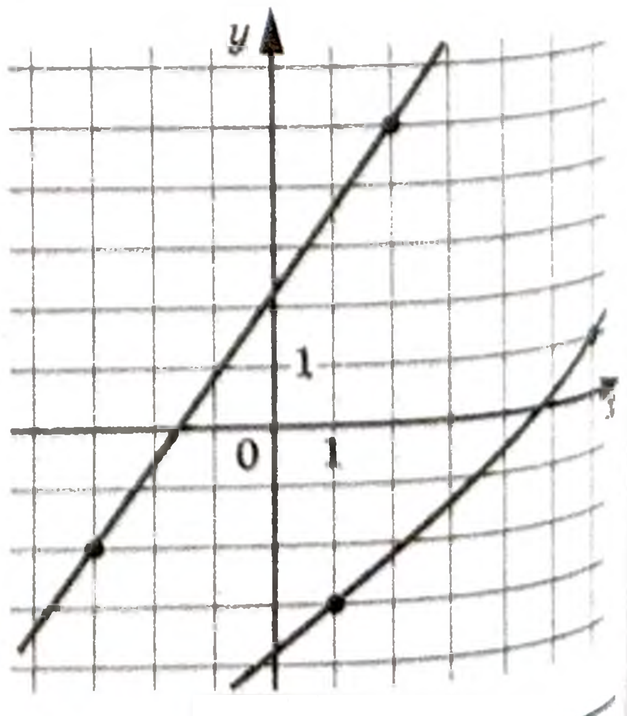
9 Два тела массой $m=10$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v=8$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q=mv^2\sin^2\alpha$, где m — масса в килограммах, v — скорость в м/с. Найдите, под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось энергии не менее 480 джоулей.

Ответ: _____.

10 Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист. Через 20 минут он ещё не вернулся в пункт А и из пункта А следом за ним отправился мотоциклист. Через 5 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а ещё через 46 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 46 км. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики двух функций вида $f(x)=kx+b$, которые пересекаются в точке $A(x_0; y_0)$. Найдите y_0.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку минимума функции $y = 4x^{\frac{3}{2}} - 15x + 3$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\log_{0,5}^2(x^2) - 4\log_8(x^4) = 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-0,9;\ 2,9]$.

14 Основанием пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро SA является высотой пирамиды. На рёбрах BC, CD и SC соответственно отмечены точки K, N и F так, что $BK : KC = CN : ND = 1:2$, $CF : FS = 2:7$.

а) Докажите, что плоскости ABC и FNK перпендикулярны.
б) Найдите объём пирамиды $AFNK$, если $AB = AS = 6$.

15 Решите неравенство $2^{\frac{1}{x}} \cdot 5^x \le 0,1$.

16 Предприятие планирует 1 июня 2027 года взять в банке кредит на 2 года в размере 8400 тыс. рублей. Банк предложил предприятию два различных варианта погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

Вариант 1	– Каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года; – с февраля по май каждого года необходимо выплатить часть долга; – кредит должен быть полностью погашен за два года двумя равными платежами.
Вариант 2	– 1-го числа каждого квартала, начиная с 1 июля 2027 года, долг возрастает на 3 % по сравнению с концом предыдущего квартала; – во втором месяце каждого квартала необходимо выплатить часть долга; – на конец каждого квартала долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на конец предыдущего квартала; – к 1 июня 2029 года кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат банку по более выгодному для предприятия варианту погашения кредита?

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла BAD пересекает сторону BC в точке K, а продолжение стороны DC — в точке P; диагональ AC является биссектрисой угла KAD.

а) Докажите, что $PC^2 = CD \cdot PK$.

б) Найдите $AC : AP$, если $BC : AB = 2{,}5$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x+4)^2 + (4-y)^2 = 0{,}1a^2 - 4(x+1) - 4(y+1), \\ |2x-3| - |4-y| = 5 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19 Каждый год в соревнованиях, состоящих из 10 этапов, участвует 10 спортсменов. По итогам каждого этапа один спортсмен занимает первое место, один спортсмен — второе и один — третье. В результате ежегодных соревнований каждый спортсмен занимает a первых, b вторых и c третьих мест. В зависимости от мест, занятых спортсменом на всех этапах (одного года), ему присваивается итоговый рейтинг соревнований.

В этом году по итогам 10 этапов каждому спортсмену присваивается $10a + 4b + c$ очков; чем у спортсмена очков больше, тем рейтинг выше. Если количество очков у спортсменов совпадает, то рейтинги у них одинаковые.

В прошлом году в таких же соревнованиях участвовали те же спортсмены. Но для подведения итогов соревнований рейтинги спортсменов определялись следующим образом: если у спортсмена-1 количество первых, вторых и третьих мест соответственно равно a_1, b_1 и c_1, а у спортсмена-2 — a_2, b_2 и c_2, то рейтинг спортсмена-1 был выше рейтинга спортсмена-2 в следующих случаях:

- $a_1 > a_2$,
- $a_1 = a_2$ и $b_1 > b_2$,
- $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$ и $c_1 > c_2$.

Если количество и первых, и вторых, и третьих мест у спортсменов совпадало, то рейтинги у них были одинаковые.

а) В этом году по итогам соревнований у спортсменов нет совпадающих рейтингов. Если бы рейтинги определялись, как в прошлом году, то у спортсменов бы тоже не было совпадающих рейтингов. Может ли порядок рейтингов спортсменов в этом году совпадать с порядком рейтингов прошлого года?

б) По итогам соревнований этого года получилось, что у любых двух спортсменов нет одинаковых рейтингов. Какая наибольшая разница в очках может быть между двумя наименьшими рейтингами?

в) Каждый год по результатам соревнований вычисляется средний балл Q для спортсменов, набравших хотя бы одно очко: отношение суммы всех набранных очков к количеству спортсменов, набравших хотя бы одно очко. В следующем году планируется проводить аналогичные соревнования (10 этапов) с участием 10 спортсменов, где каждому из них будут присваиваться $10a + k_1 b + k_2 c$ очков. Организаторы обсуждают в данной формуле целые значения k_1 и k_2, такие, что $1 \le k_2 < k_1 \le 9$. Найдите все пары $(k_1;\ k_2)$, при которых возможно получить наибольшее количество целых значений среднего балла Q.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

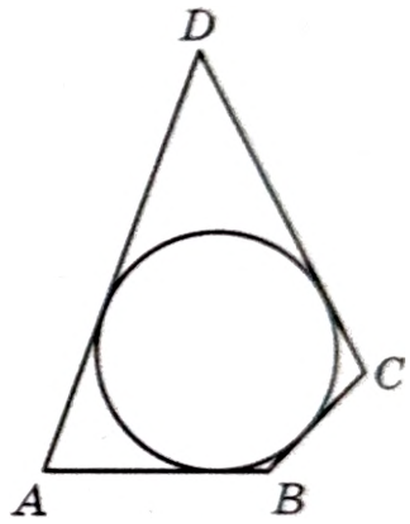
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 16

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В четырёхугольник $ABCD$, периметр которого равен 36, вписана окружность, $AB = 7$. Найдите CD.

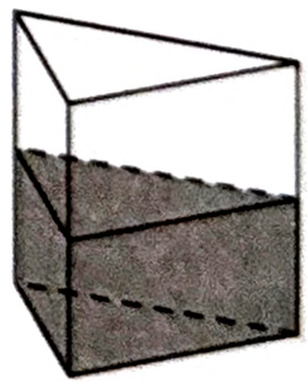


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(-5;-2)$ и $\vec{b}(b_0;-1)$. Найдите b_0, если $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.

Ответ: _____.

3 В сосуде, имеющем форму правильной треугольной призмы, уровень жидкости достигает 180 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если её перелить в другой сосуд такой же формы, сторона основания которого в 5 раз больше, чем у первого? Ответ дайте в сантиметрах.



Ответ: _____.

4 На олимпиаде по химии 400 участников собираются разместить в четырёх аудиториях: в трёх — по 110 человек, а оставшихся — в запасной аудитории в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник будет писать олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ: _____.

5 На двух линиях выпускают одинаковые лампы. Первая линия выпускает в два раза больше ламп, чем вторая, но вероятность брака на первой линии равна 0,1, а на второй — 0,04. Все лампы поступают на склад. Найдите вероятность того, что случайно выбранная лампа на складе окажется **не бракованной**.

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

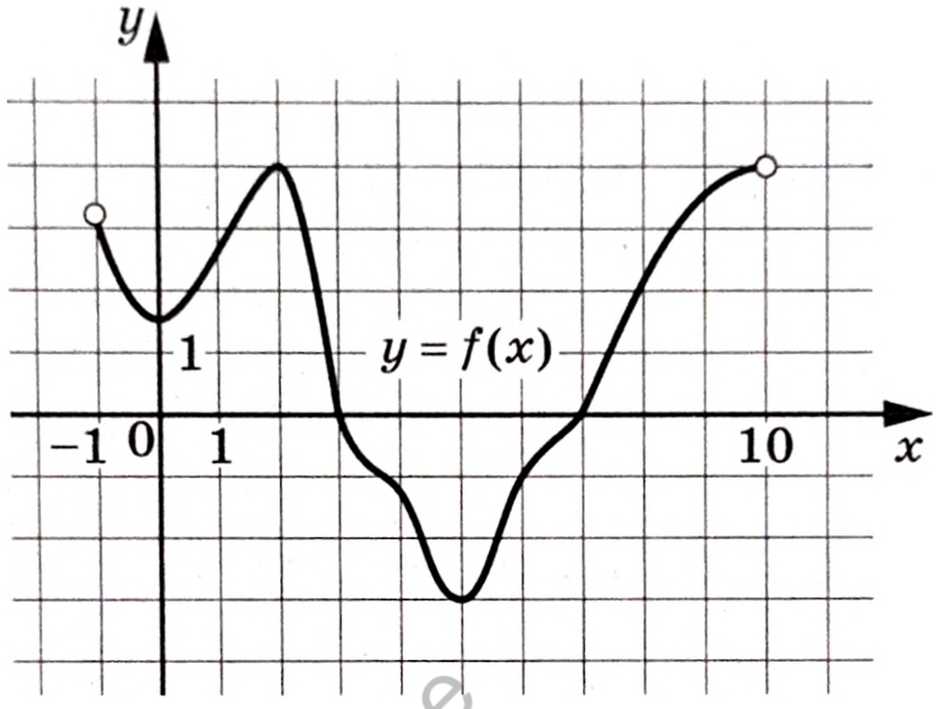
6 Найдите корень уравнения $16^{8x+2}=8^{5-x}$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\log_2 40}{3+\log_2 5}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённый на интервале $(-1;\ 10)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

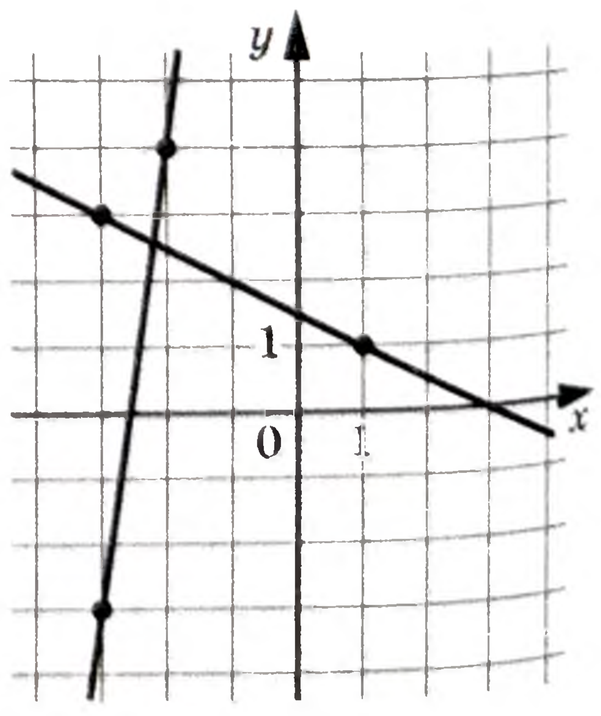
9 Скейтбордист прыгает на стоящую на рельсах платформу со скоростью $v=3{,}6$ м/с под острым углом α к рельсам. От толчка платформа начинает ехать со скоростью $u=\dfrac{m}{m+M}v\cos\alpha$ (м/с), где $m=75$ кг — масса скейтбордиста со скейтом, а $M=375$ кг — масса платформы. Под каким максимальным углом α (в градусах) нужно прыгать, чтобы разогнать платформу не менее чем до 0,3 м/с?

Ответ: _____.

10 Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 22 круга по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 11 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 10 минут? Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите наибольшее значение функции $y=3x-1-4x\sqrt{x}$ на отрезке $[0;\,8{,}25]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\log_{25}^{2}\left(x^4\right)+\log_{0,2}\left(x^8\right)+3=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2{,}3;\,11{,}3]$.

14 Основанием пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро SA является высотой пирамиды. На рёбрах BC, CD и SC соответственно отмечены точки K, N и F так, что $BK:KC=CN:ND=3:1$, $CF:FS=3:13$.

а) Докажите, что прямая AS параллельна плоскости FNK.
б) Найдите объём пирамиды $SFNK$, если $AB=AS=8$.

15 Решите неравенство $2^{2x}\cdot 5^{\frac{1}{x}}\geq 20$.

16 Предприятие планирует 1 июня 2029 года взять в банке кредит на 2 года в размере 8,8 млн рублей. Банк предложил предприятию два различных варианта погашения кредита, описание которых приведено в таблице.

Вариант 1	– Каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года; – с февраля по май каждого года необходимо выплатить часть долга; – кредит должен быть полностью погашен за два года двумя равными платежами.
Вариант 2	– 1-го числа каждого квартала, начиная с 1 июля 2029 года, долг возрастает на 6 % по сравнению с концом предыдущего квартала; – во втором месяце каждого квартала необходимо выплатить часть долга; – на конец каждого квартала долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на конец предыдущего квартала; – к 1 июня 2031 года кредит должен быть полностью погашен.

На сколько рублей меньше окажется общая сумма выплат банку по более выгодному для предприятия варианту погашения кредита?

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла BAD пересекает сторону BC в точке K, а продолжение стороны DC — в точке P; диагональ AC является биссектрисой угла KAD.

а) Докажите, что $PC^2 = CD \cdot PK$.

б) Найдите $AC : AP$, если $AB : BC = 3 : 8$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (6-x)^2 + (y+6)^2 = (0{,}5-a)^2 - 2(x+y+1), \\ |x+2| - |1-2y| = 3 \end{cases}$$

имеет ровно четыре решения.

19 Каждый год в соревнованиях, состоящих из 10 этапов, участвует 10 спортсменов. По итогам каждого этапа один спортсмен занимает первое место, один спортсмен — второе и один — третье. В результате ежегодных соревнований каждый спортсмен занимает a первых, b вторых и c третьих мест. В зависимости от мест, занятых спортсменом на всех этапах (одного года), ему присваивается итоговый рейтинг соревнований.

В этом году по итогам 10 этапов каждому спортсмену присваивается $10a + 4b + c$ очков; чем у спортсмена очков больше, тем рейтинг выше. Если количество очков у спортсменов совпадает, то рейтинги у них одинаковые.

В прошлом году в таких же соревнованиях участвовали те же спортсмены. Но для подведения итогов соревнований рейтинги спортсменов определялись следующим образом: если у спортсмена-1 количество первых, вторых и третьих мест соответственно равно a_1, b_1 и c_1, а у спортсмена-2 — a_2, b_2 и c_2, то рейтинг спортсмена-1 был выше рейтинга спортсмена-2 в следующих случаях:

- $a_1 > a_2$,
- $a_1 = a_2$ и $b_1 > b_2$,
- $a_1 = a_2$, $b_1 = b_2$ и $c_1 > c_2$.

Если количество и первых, и вторых, и третьих мест у спортсменов совпадало, то рейтинги у них были одинаковые.

а) В этом году по итогам соревнований и наивысший, и наименьший рейтинги имеют ровно по одному спортсмену. Если бы рейтинги определялись, как в прошлом году, то и наивысший, и наименьший рейтинги имели бы тоже ровно по одному спортсмену. Может ли спортсмен, получивший в этом году наивысший рейтинг, по расчётам прошлого года иметь наименьший рейтинг?

б) По итогам соревнований этого года получилось, что у любых двух спортсменов нет одинаковых рейтингов, а модуль разности набранных очков у любых двух спортсменов не меньше p. Найдите наибольшее возможное значение p.

в) По итогам соревнований этого года получилось, что у любых двух спортсменов нет одинаковых рейтингов. Найдите наименьшую возможную разницу между средними арифметическими значениями набранных очков у пяти спортсменов с наибольшими рейтингами и у пяти спортсменов с наименьшими рейтингами.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

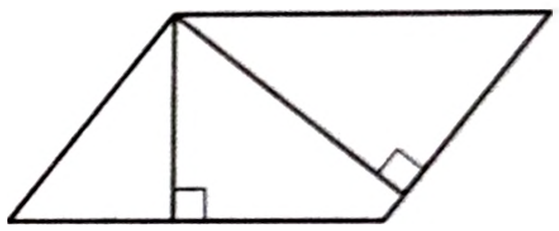
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 17

Часть 1

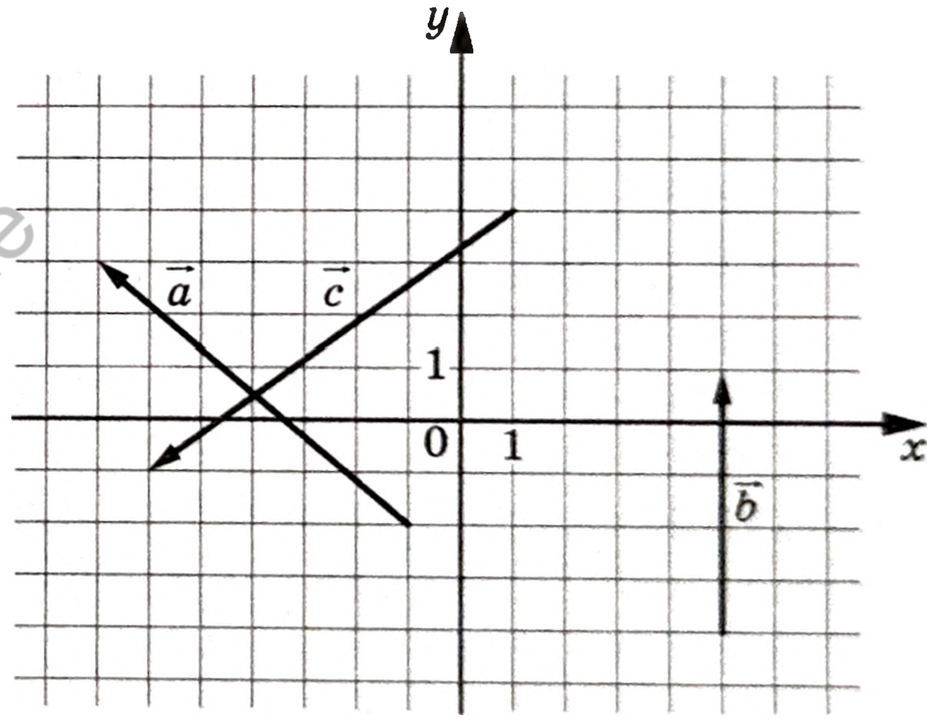
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Площадь параллелограмма равна 180, две его стороны равны 60 и 80. Найдите меньшую высоту этого параллелограмма.



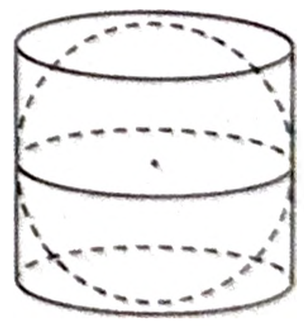
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$.



Ответ: _____.

3 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 24. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4 За круглый стол на 11 стульев в случайном порядке рассаживаются 9 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик.

Ответ: _____.

5 Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «выпадет разное количество очков» больше вероятности события «выпадет одинаковое количество очков»?

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

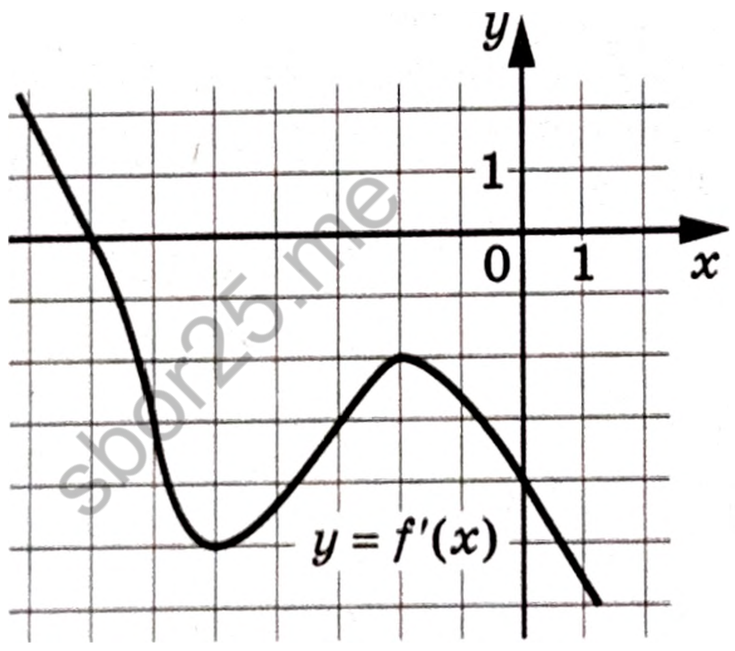
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{\frac{32}{3x-4}} = 1{,}6$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $8^{0{,}24} \cdot 16^{0{,}32}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, принадлежащей отрезку $[-8; 1]$, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

9 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 1,3 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ дайте в метрах.

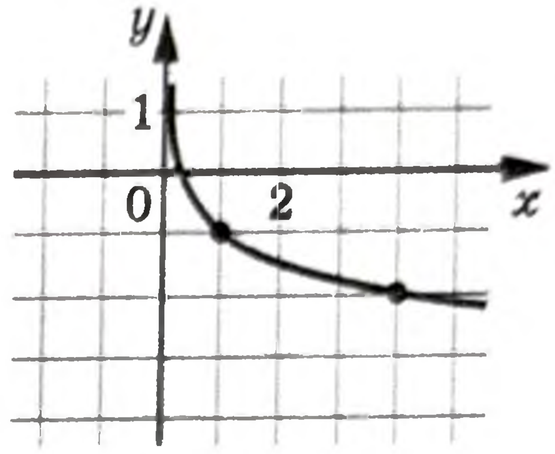
Ответ: _____.

10 Имеется два сплава. Первый содержит 5 % никеля, второй — 30 % никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 125 кг, содержащий 25 % никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=c+\log_a x$. Найдите $f(64)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y=\dfrac{2x^2-9x+8}{x}$ на отрезке $[0{,}5;\ 10]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\dfrac{4\sin^3 x-2\sin x}{\sin(2x-\pi)}=1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

14 В правильной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания ABC равна 4, а боковое ребро AA_1 равно 6. На рёбрах BB_1, CC_1 и A_1B_1 соответственно отмечены точки N, K и P так, что $CK:KC_1=B_1N:NB=B_1P:PA_1=1:2$. Плоскость KNP пересекает ребро A_1C_1 в точке F.

а) Докажите, что точка F — середина ребра A_1C_1.
б) Найдите расстояние от точки F до плоскости ANK.

15 Решите неравенство $\dfrac{x}{\sqrt{x^4-9x^2}}\geq\dfrac{1}{x+2}$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июле 2029 года планируется взять кредит в банке на 2 млн рублей на 4 года. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2030, 2031 и 2032 годов долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2033 года выплачивается остаток по кредиту в размере 406 тыс. рублей.

Найдите r, если общая сумма выплат по кредиту составит 2752 тыс. рублей.

17 В треугольнике ABC точки N и P — середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок NP касается окружности, вписанной в треугольник ABC.

а) Докажите, что периметр треугольника ABC равен $4AC$.
б) Найдите площадь треугольника ABC, если его периметр равен 28, $\angle BAC = 120^\circ$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (a-x)^2+(y+a)^2 \le a+3, \\ x-y \le |3-2a| \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Есть 2 камня, каждый массой 100 тонн, 6 камней, каждый массой 20 тонн, и 4 камня, каждый массой 4 тонны.

а) Можно ли разложить все эти камни на три группы так, чтобы суммарная масса первой группы была на 12 тонн больше суммарной массы второй группы, но на 12 тонн меньше суммарной массы третьей группы?
б) Можно ли разложить все эти камни на три группы так, чтобы суммарные массы этих групп были равны?
в) Все камни хотят разложить на три группы с суммарными массами m_1, m_2 и m_3 так, что $m_1 \ge m_2 \ge m_3$. Найдите наименьшее такое число d, что $m_1 - m_2 \le d$ и $m_2 - m_3 \le d$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

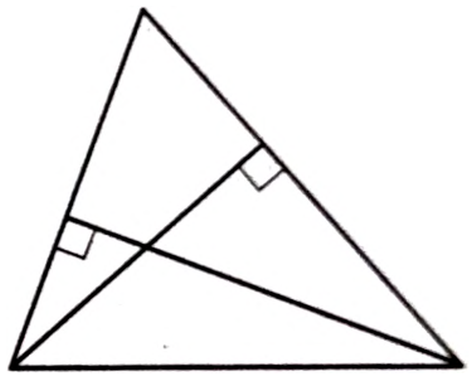
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 18

Часть 1

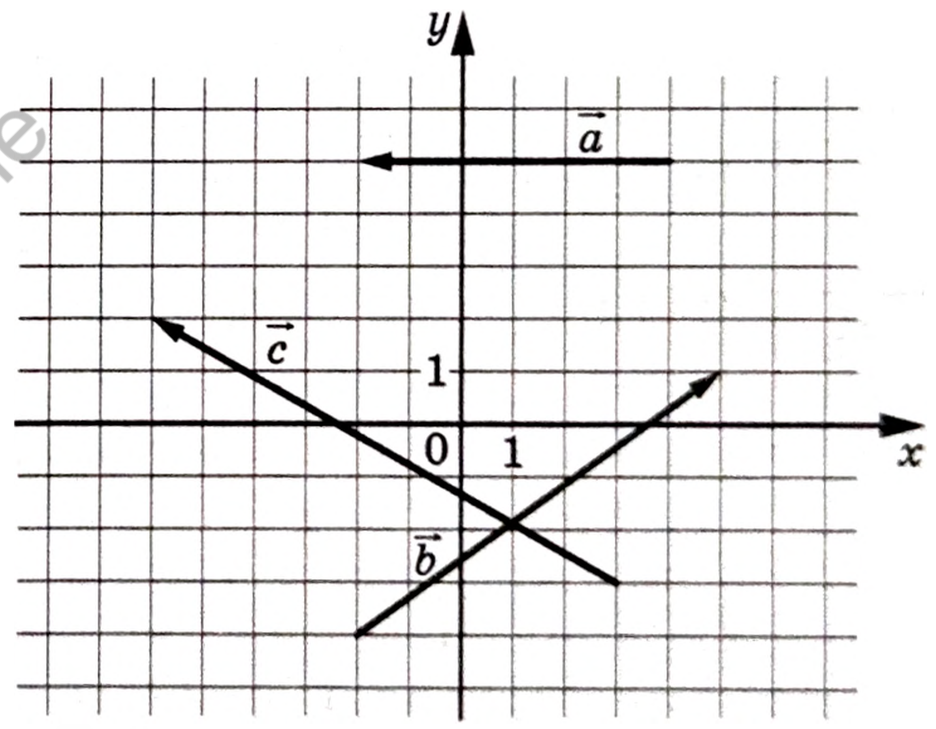
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике со сторонами 16 и 20 проведены высоты к этим сторонам. Высота, опущенная на бóльшую из этих сторон, равна 14. Найдите высоту, опущенную на меньшую из этих сторон треугольника.



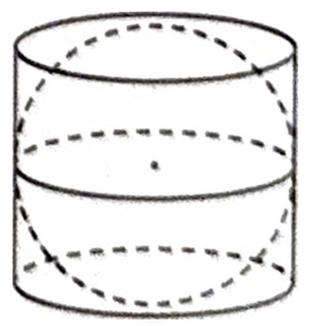
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите скалярное произведение $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$.



Ответ: _____.

3 Шар вписан в цилиндр. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 24. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

4 За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 девочек и 2 мальчика. Найдите вероятность того, что мальчики **не будут** сидеть рядом.

Ответ: _____.

5 Игральный кубик бросают два раза. Во сколько раз вероятность события «оба раза выпадет нечётное количество очков» больше вероятности события «выпадет разное нечётное количество очков»?

Ответ: _____.

sbor25.ru/t.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

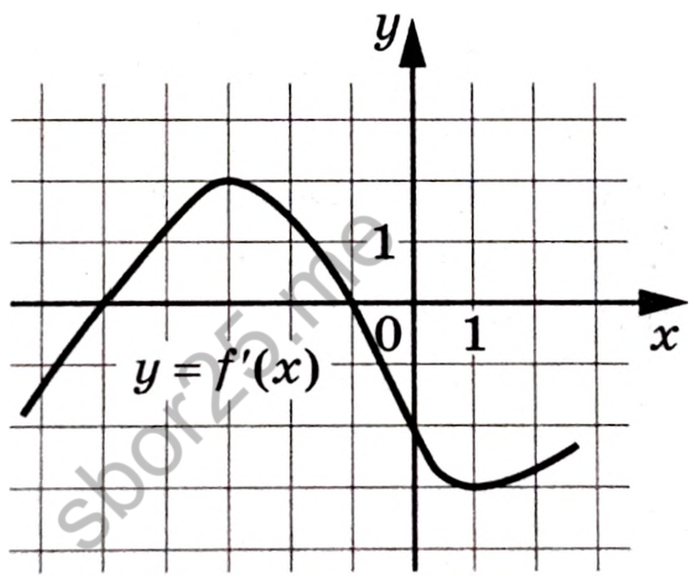
6 Найдите корень уравнения $\sqrt{\dfrac{9}{3x+7}}=1{,}2$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $8^{0{,}45}\cdot 32^{0{,}33}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, принадлежащей отрезку $[-4;\ 2]$, в которой касательная к графику $y=f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: _____.

9 После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h=5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,9 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,4 с? Ответ дайте в метрах.

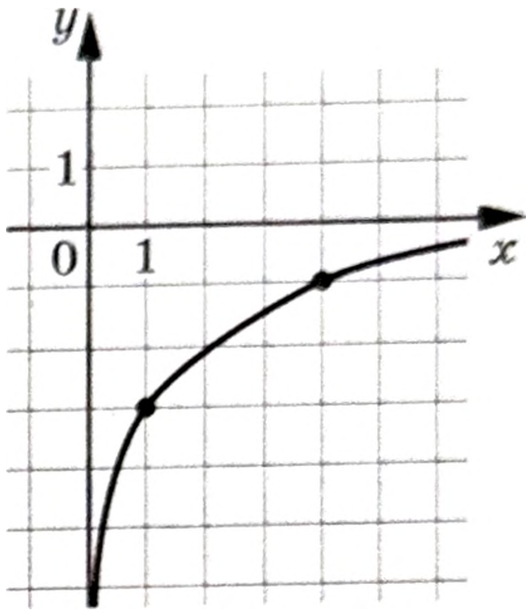
Ответ: _____.

10 Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 60 килограммов изюма, если виноград содержит 90 % воды, а изюм содержит 5 % воды?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=c+\log_a x$. Найдите значение x, при котором $f(x)=1$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y=\dfrac{x^2+11x+49}{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.ne

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\dfrac{4\cos^3 x-6\cos x}{\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)}=3$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\dfrac{3\pi}{2};\,4\pi\right]$.

14 В правильной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания ABC равна $2\sqrt{2}$, а боковое ребро AA_1 равно $3\sqrt{2}$. На рёбрах AA_1, BB_1 и A_1C_1 соответственно отмечены точки N, K и P так, что $AN:NA_1=B_1K:KB=C_1P:PA_1=2:1$. Плоскость KNP пересекает ребро B_1C_1 в точке F.

а) Докажите, что точка F — середина ребра B_1C_1.

б) Найдите расстояние от точки F до плоскости CNK.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

15 Решите неравенство $\dfrac{x}{\sqrt{4x^2-x^4}} \le \dfrac{1}{x+3}$.

16 В июне 2028 года планируется взять кредит в банке на 1,6 млн рублей на 4 года. Условия его возврата таковы:

– в январе каждого года долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по май каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июне 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июнь предыдущего года;
– в июне 2032 года выплачивается остаток по кредиту в размере 468 тыс. рублей.

Найдите r, если общая сумма выплат по кредиту составит 2280 тыс. рублей.

17 В треугольнике ABC точки N и P — середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок NP касается окружности, вписанной в треугольник ABC.

а) Докажите, что периметр треугольника ABC равен $4AC$.
б) Найдите площадь треугольника ABC, если его периметр равен 24, $\angle BAC = 60^\circ$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} (x+2a)^2+(a-y)^2 \le 5-a, \\ x+y \le |a+2| \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19 Есть 4 камня, каждый массой 100 тонн, 5 камней, каждый массой 25 тонн, и 6 камней, каждый массой 4 тонны.

а) Можно ли разложить все эти камни на три группы так, чтобы суммарные массы этих групп были равны?
б) Можно ли разложить все эти камни на три группы так, чтобы суммарная масса первой группы была на 50 тонн больше суммарной массы второй группы, но на 50 тонн меньше суммарной массы третьей группы?
в) Все камни хотят разложить на три группы с суммарными массами m_1, m_2 и m_3 так, что $m_1 \ge m_2 \ge m_3$. Найдите наименьшее такое число d, что $m_1 - m_2 \le d$ и $m_2 - m_3 \le d$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

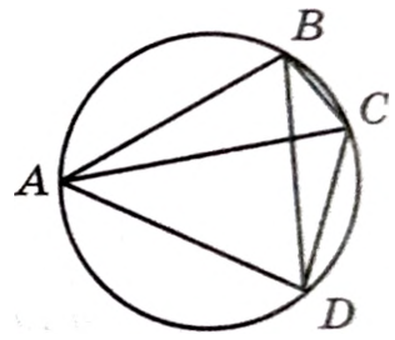
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 19

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен $73°$, угол CAD равен $55°$. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

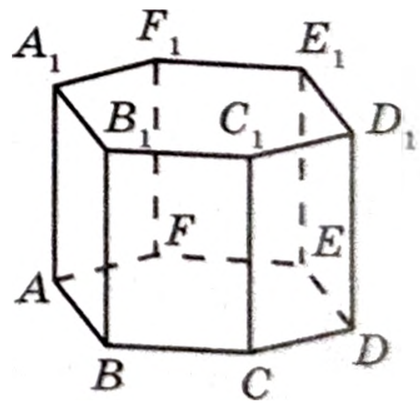


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(-6; -8)$ и $\vec{b}(12; 9)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, D, E_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 18, а боковое ребро равно 6.



Ответ: _____.

4 В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменов: 17 из Перу, 22 из Чили, остальные из Мексики. Порядок, в котором выступают гимнасты, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Мексики.

Ответ: _____.

5 Из 10 билетов 2 являются выигрышными. Наугад берут 4 билета. Найдите вероятность того, что среди них окажется ровно один выигрышный. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\log_2(4-5x)=3\log_2 3$.

Ответ: _____.

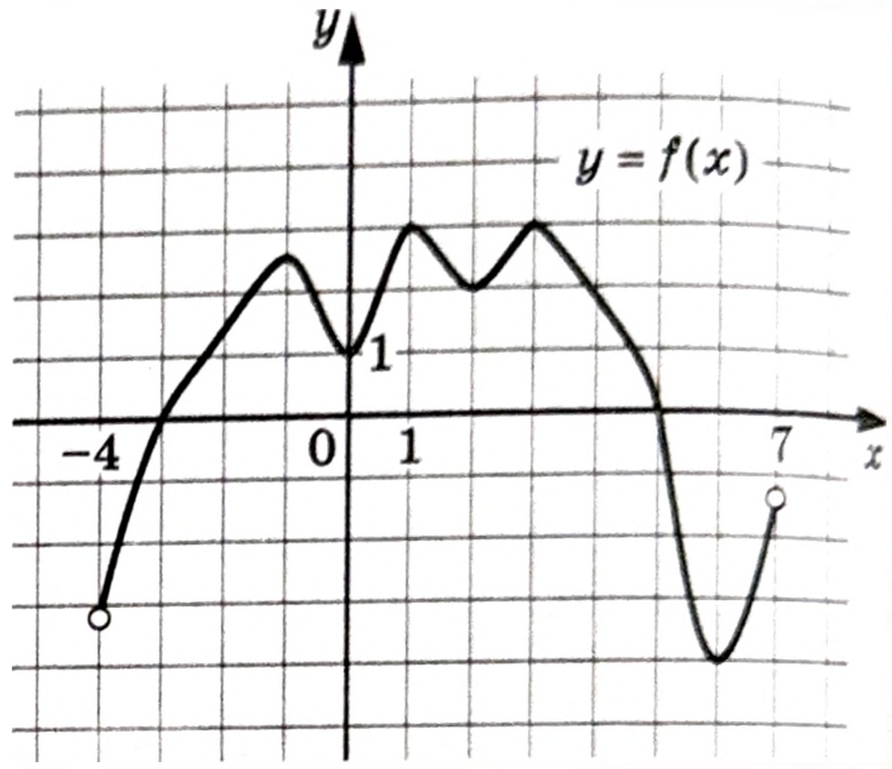
7 Найдите значение выражения $5\sin\frac{7\pi}{12}\cdot\cos\frac{7\pi}{12}$.

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-4;7)$. Определите количество точек, в которых производная функции $f(x)$ равна 0.



Ответ: _____.

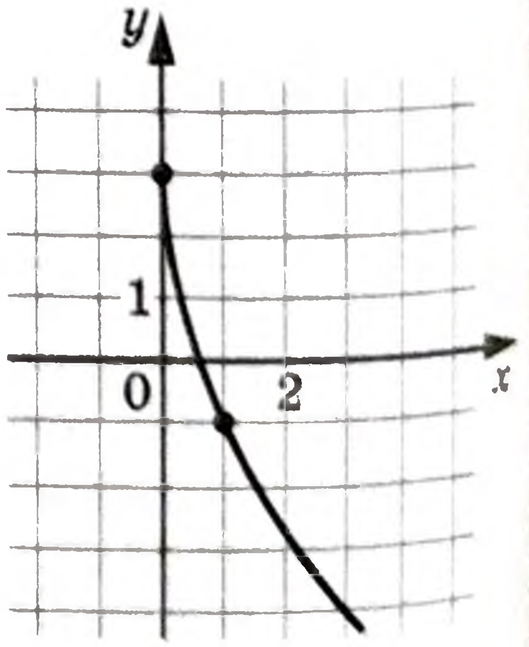
9 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A=\rho g l^3$, где $\rho=1000$ кг/м^3 — плотность воды, g — ускорение свободного падения (считайте $g=9{,}8$ Н/кг), а l — длина ребра куба в метрах. Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше чем 893 025 Н? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

10 Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 9 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 2 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 3 дня?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=b+k\sqrt{x}$. Найдите $f(9)$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y=(2x-3)\cos x-2\sin x+17$, принадлежащую промежутку $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{4x^2-1}\cdot\left(4^{3x+1}-26\cdot 8^x+12\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-1;\,1]$.

14 В правильной пирамиде $SABC$ с вершиной S на стороне основания AC и боковом ребре SB отметили соответственно точки E и N такие, что $AE:EC=SN:NB=1:2$. Через точки E и N параллельно прямой AB провели плоскость α.

а) Докажите, что сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α является равнобедренная трапеция.

б) Плоскость α разделила пирамиду $SABC$ на два многогранника. Найдите объём того из них, в котором одной из вершин является точка A, если $AB=6$, $AS=3\sqrt{3}$.

15 Решите неравенство $x^2\cdot\log_{125}(2-3x)+\log_{0,2}\left(9x^2-12x+4\right)<0$.

16 В июле 2029 года планируется взять кредит на 5 лет в размере 910 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июле 2030 и 2031 годов долг остаётся равным 910 тыс. рублей;
– выплаты в 2032, 2033 и 2034 годах равны;
– к июлю 2034 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат по кредиту.

17 В квадрате $ABCD$ на диагонали BD и на сторонах AB и BC отметили соответственно точки P, E и F такие, что $BE=BF$, а прямая, проходящая через точку P параллельно прямой AC, отсекает от квадрата треугольник, площадь которого равна площади четырёхугольника $EBFP$ и в четыре раза меньше площади квадрата.

а) Докажите, что если $BP\cdot BE=\sqrt{2}$, то $AB=2$.

б) Найдите отношение площадей треугольников EPF и EBF.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\sqrt{a+x^2}=\sqrt{a+y^2},\\ x^2+y^2=2x+2|y|+4\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

19 Дан набор натуральных чисел, каждое из которых меньше 100 и записано с помощью цифр 1, 3, 5, 7 или 9. В наборе есть хотя бы одно однозначное и хотя бы одно двузначное число. Из этого набора чисел получили второй набор чисел следующим образом:

– к каждому однозначному числу приписали цифру, с помощью которой это число было записано;

– вместо каждого двузначного числа записали среднее арифметическое двух его цифр.

а) Может ли сумма чисел первого набора быть на 6 меньше суммы чисел второго набора?

б) Может ли сумма чисел первого набора быть в два раза больше суммы чисел второго набора?

в) Найдите наибольшее возможное отношение суммы чисел второго набора к сумме чисел первого набора, если в первом наборе не было одинаковых чисел, а однозначных чисел было столько же, сколько и двузначных.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

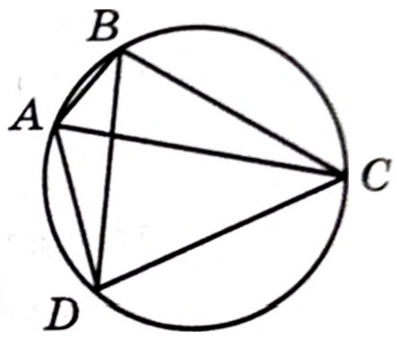
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 20

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен $112°$, угол ABD равен $38°$. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.

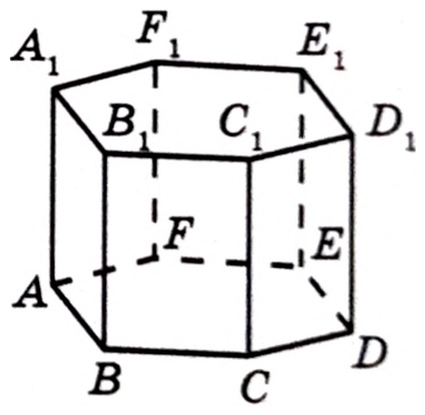


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(-14; 2)$ и $\vec{b}(3; -21)$. Найдите косинус угла между ними.

Ответ: _____.

3 Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки A, B, D, E, C_1 правильной шестиугольной призмы $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 6.



Ответ: _____.

4 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов: 8 прыгунов из Кореи, 10 из Китая, остальные из Вьетнама. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что вторым будет выступать прыгун из Вьетнама.

Ответ: _____.

5 Из 10 билетов 2 являются выигрышными. Наугад берут 3 билета. Найдите вероятность того, что среди них хотя бы один окажется выигрышным. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\log_4(8-5x)=2\log_4 3$.

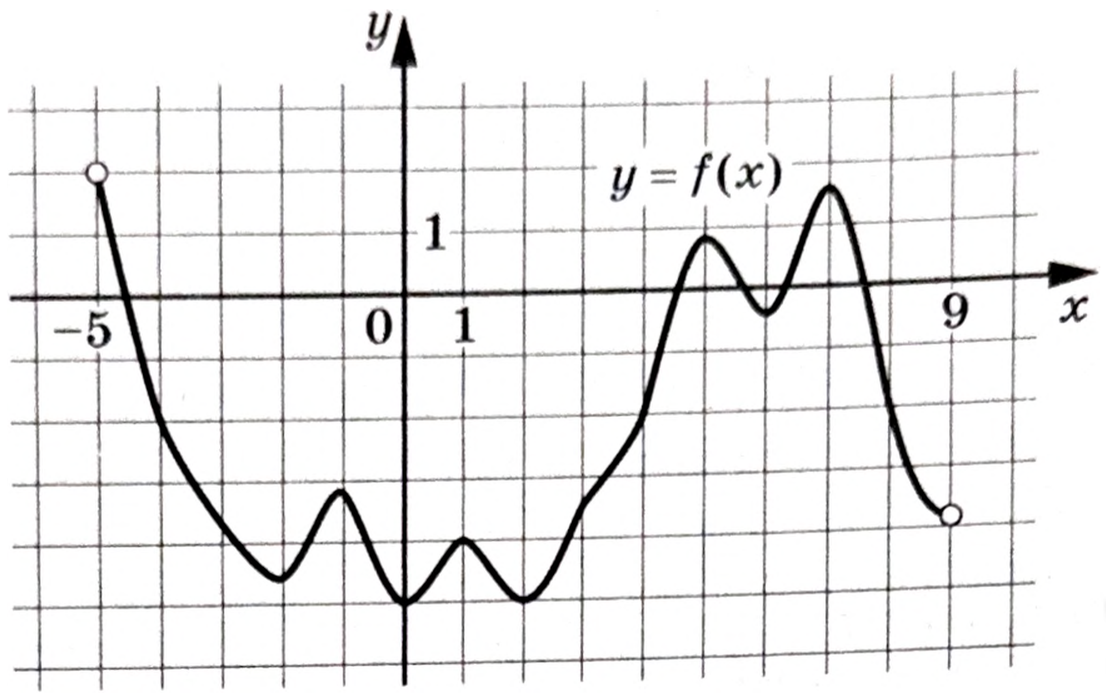
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\sqrt{50}-\sqrt{200}\sin^2\frac{13\pi}{8}$.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$, определённой на интервале $(-5; 9)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x)=0$ на отрезке $[4; 9]$.



Ответ: _____.

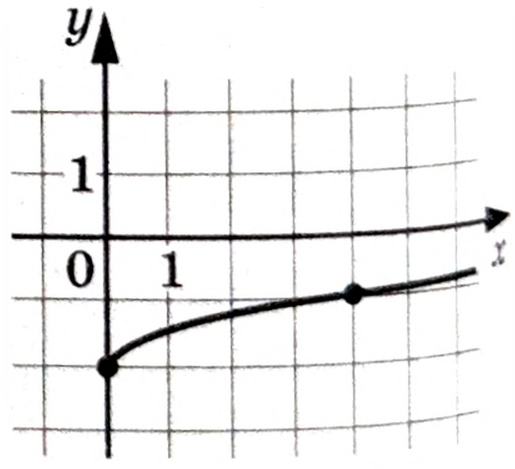
9 На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A=\alpha\rho g r^3$, где $\alpha=4{,}2$ — постоянная, $\rho=1000$ кг/м^3 — плотность воды, g — ускорение свободного падения (считайте $g=10$ Н/кг), а r — радиус аппарата в метрах. Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше чем 447 216 Н? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

10 Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за 4 дня?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=b+k\sqrt{x}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=0$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y=3-3\pi+12x-12\sqrt{2}\sin x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sqrt{16-25x^2}\cdot\left(9^{3x+2}-163\cdot 27^x+2\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0{,}4;\ 4]$.

14 В правильной пирамиде $SABC$ на стороне BC основания ABC и боковом ребре AS отметили соответственно точки P и K такие, что $BP:PC=AK:KS=2:1$. Через точки P и K параллельно прямой AC провели плоскость α.

а) Докажите, что сечением пирамиды $SABC$ плоскостью α является равнобедренная трапеция.

б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость α разделила пирамиду $SABC$.

15 Решите неравенство $\left(2x^2+9x+10\right)\left(\frac{1}{3}\log_{0,5}\left(x^2-5\right)+\log_8\left(\sqrt{5}-x\right)\right)\geq 0$.

16 В мае 2028 года планируется взять кредит на 6 лет в размере 1324 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по апрель каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в мае 2029, 2030 и 2031 годов долг остаётся равным 1324 тыс. рублей;
– выплаты в 2032, 2033 и 2034 годах равны;
– к маю 2034 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат по кредиту.

17 В квадрате $ABCD$ на диагонали BD и на сторонах AB и BC отметили соответственно точки P, E и F такие, что $BE=BF$, а прямая, проходящая через точку P параллельно прямой AC, отсекает от квадрата треугольник, площадь которого равна площади четырёхугольника $EBFP$ и в три раза меньше площади квадрата.

а) Докажите, что если $BP\cdot BE=\sqrt{2}$, то $AB=\sqrt{3}$.

б) Найдите отношение площадей треугольников EPF и EBF.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\sqrt{a+x^2}=\sqrt{a+y^2},\\ x^2+y^2=4|x|-4y+16\end{cases}$$

имеет ровно два решения.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

19 Дан набор натуральных чисел, каждое из которых меньше 100 и записано с помощью цифр 1, 3, 5, 7 или 9. В наборе есть хотя бы одно однозначное и хотя бы одно двузначное число. Из этого набора чисел получили второй набор чисел следующим образом:

– к каждому однозначному числу приписали цифру, с помощью которой это число было записано;

– вместо каждого двузначного числа записали среднее арифметическое двух его цифр.

а) Может ли сумма чисел первого набора быть на 13 больше суммы чисел второго набора?

б) Может ли сумма чисел первого набора быть в два раза меньше суммы чисел второго набора?

в) Найдите наибольшее возможное отношение суммы чисел первого набора к сумме чисел второго набора, если в первом наборе не было одинаковых чисел, а однозначных чисел было столько же, сколько и двузначных.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

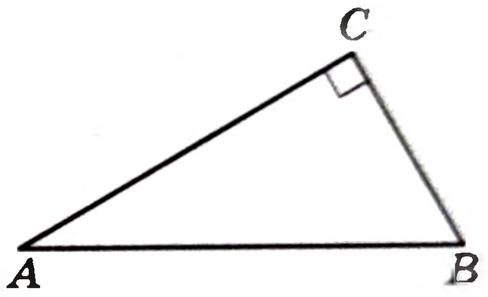
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 21

Часть 1

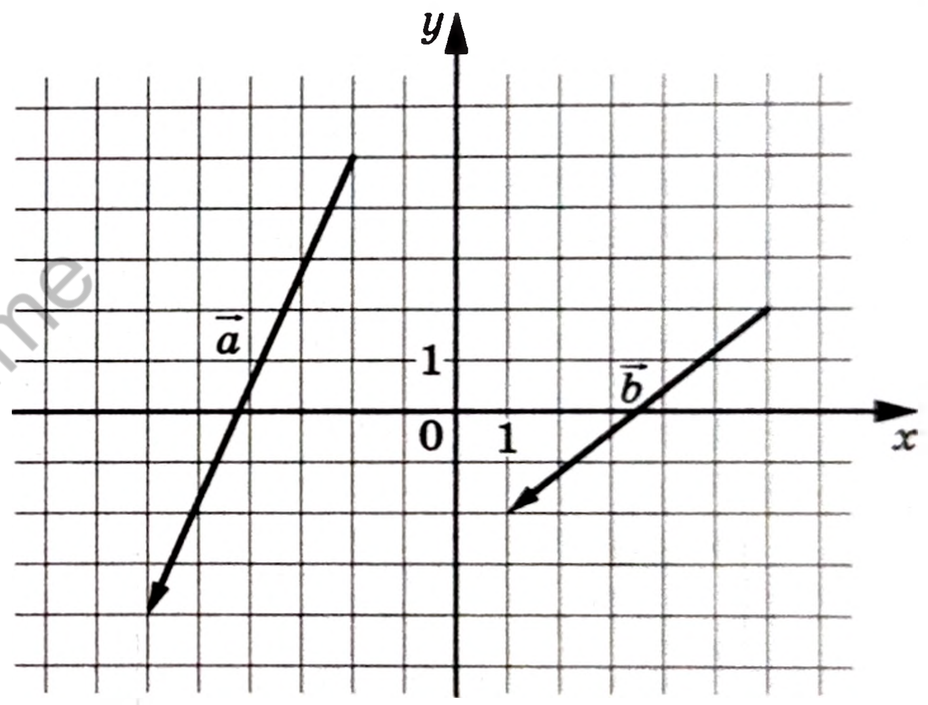
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $AB = 5$, $\sin A = 0{,}28$. Найдите AC.



Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $2\vec{b}$.



Ответ: _____.

3 В цилиндрический сосуд налили 2100 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 20 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 5 см. Найдите объём детали. Ответ дайте в куб. см.



Ответ: _____.

4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 5 из Японии, 4 из Кореи, 9 из Китая и 7 из Индии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий третьим, окажется из Индии.

Ответ: _____.

5 На одной полке стоит 36 блюдец: 14 синих и 22 красных. На другой полке стоит 36 чашек: 27 синих и 9 красных. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найдите вероятность, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдце с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

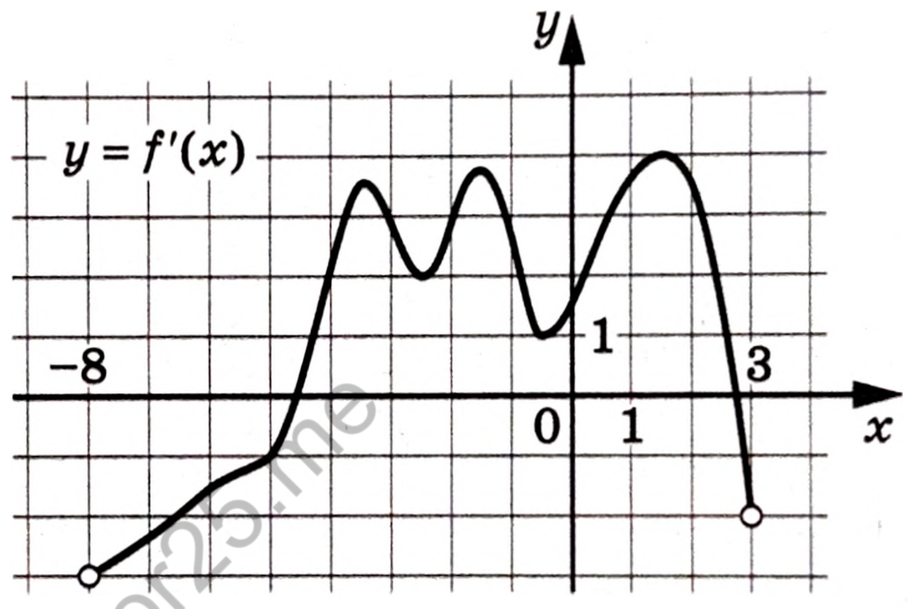
6 Найдите корень уравнения $3^{\log_{27}(8x+4)}=4$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $(8^5)^3:(4^2)^9$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 3)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: _____.

9 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t)=H_0-\sqrt{2gH_0}kt+\frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0=5$ м — начальная высота столба воды, $k=\frac{1}{700}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g=10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

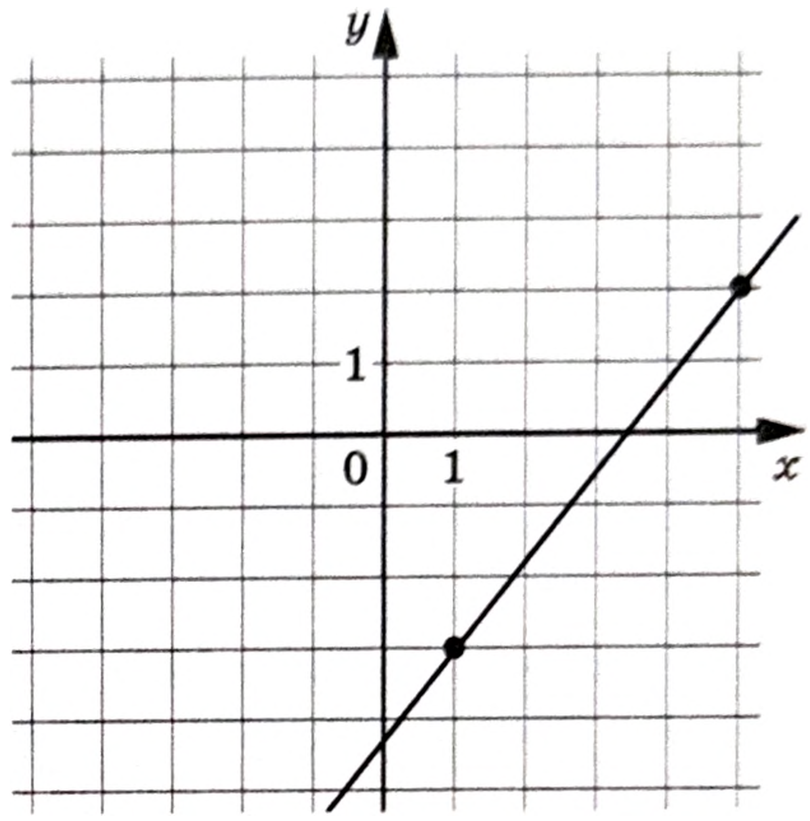
Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 621 литр она заполняет на 9 минут дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объёмом 486 литров?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax + b$. Найдите $f(11)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{2-x}$ на отрезке $[-1; 7]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\sin x \cdot \cos 2x - \sqrt{3}\cos^2 x + \sin x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$.

14 В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах A_1B_1, B_1C_1 и BC отмечены точки M, K и N соответственно, причём $B_1K : KC_1 = 1 : 3$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 4.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC.
б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 24, а высота призмы равна 3.

15 Решите неравенство $2^{-2\sqrt{x}} + 32 \cdot 10^{2-\sqrt{x}} > 2^{0-2\sqrt{x}} + 625 \cdot 10^{-2-\sqrt{x}}$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июле 2027 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2028, 2029, 2030, 2031 и 2032 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2033, 2034, 2035, 2036 и 2037 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2037 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2400 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2029 году?

17 Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M, а диагональ BD — в точке N, причём $AM:MC=1:2$, $BN:ND=1:3$.

а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1:4$.
б) Найдите сторону ромба, если $MN=\sqrt{12}$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(xy-3x+9)\cdot\sqrt{y-3x+9}=0,\\ y=4x+a\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 В классе больше 10, но не больше 28 учащихся, а доля девочек не превышает 22 %.

а) Может ли в этом классе быть 4 девочки?
б) Может ли доля девочек составить 30 %, если в этот класс придёт новая девочка?
в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

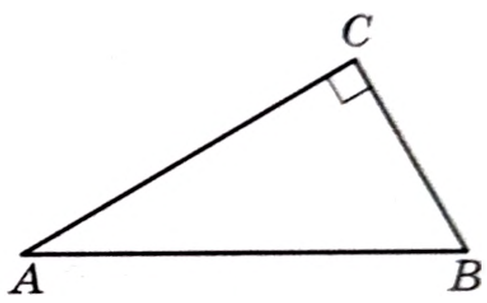
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 22

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

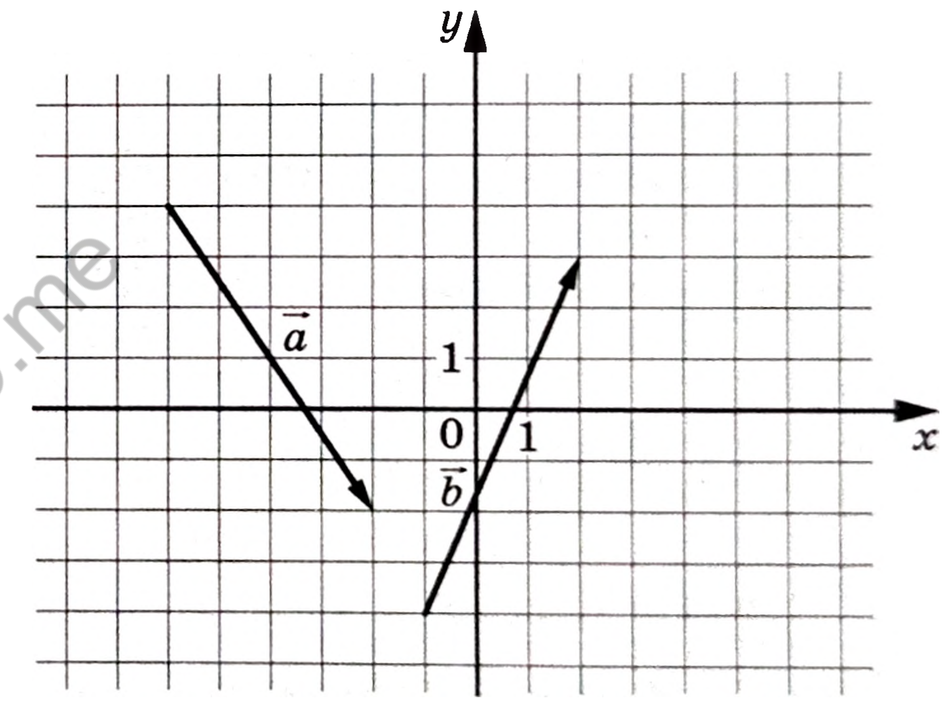
1 В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $BC = 3$, $\cos A = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.



Найдите AC.

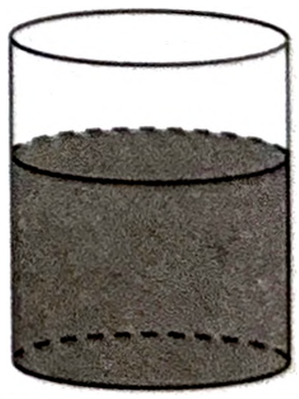
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите скалярное произведение векторов $2\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: _____.

3 В цилиндрический сосуд налили 6 куб. см воды. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде увеличился в 1,6 раза. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.



Ответ: _____.

4 На конференцию приехали учёные из трёх стран: 8 из Уругвая, 7 из Чили и 5 из Парагвая. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что вторым окажется доклад учёного из Чили.

Ответ: _____.

5 На одной полке стоит 25 блюдец: 16 красных и 9 синих. На другой полке стоит 25 чашек: 13 красных и 12 синих. Наугад берут два блюдца и две чашки. Найдите вероятность, что из них можно будет составить две чайные пары (блюдце с чашкой), каждая из которых будет одного цвета.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование», © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

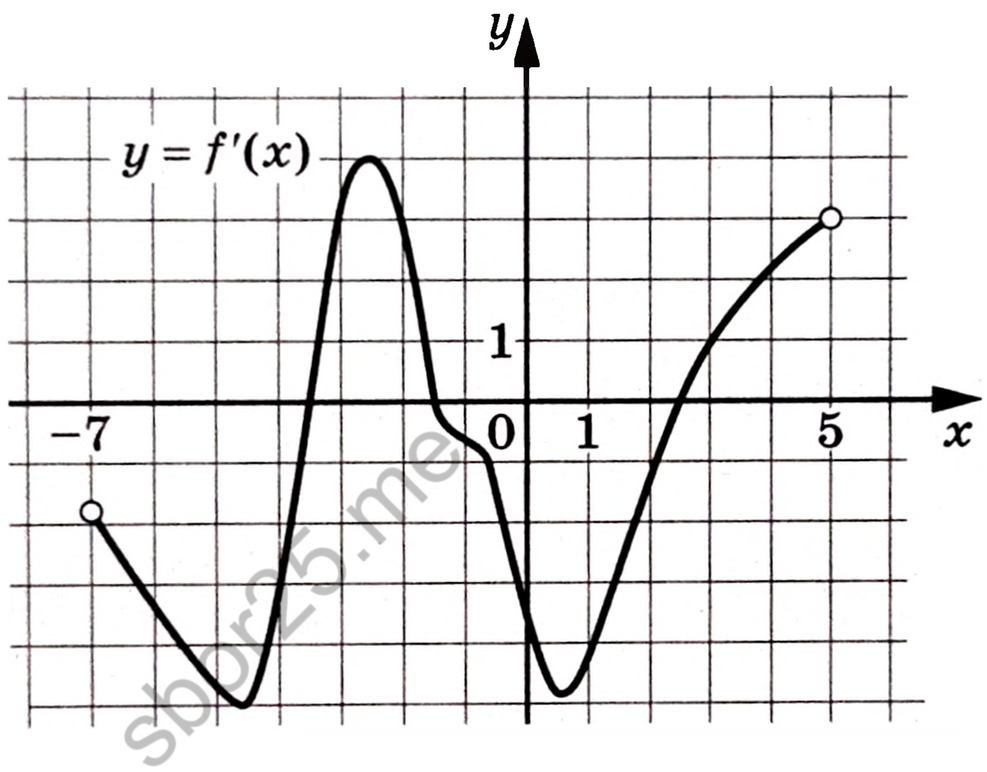
6 Найдите корень уравнения $2^{\log_{16}(5x+4)}=5$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\left(125^7\right)^3:\left(25^4\right)^8$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-7;\ 5)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: _____.

9 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t)=H_0-\sqrt{2gH_0}kt+\frac{g}{2}k^2t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0=20$ м — начальная высота столба воды, $k=\frac{1}{200}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g=10$ м/с^2). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

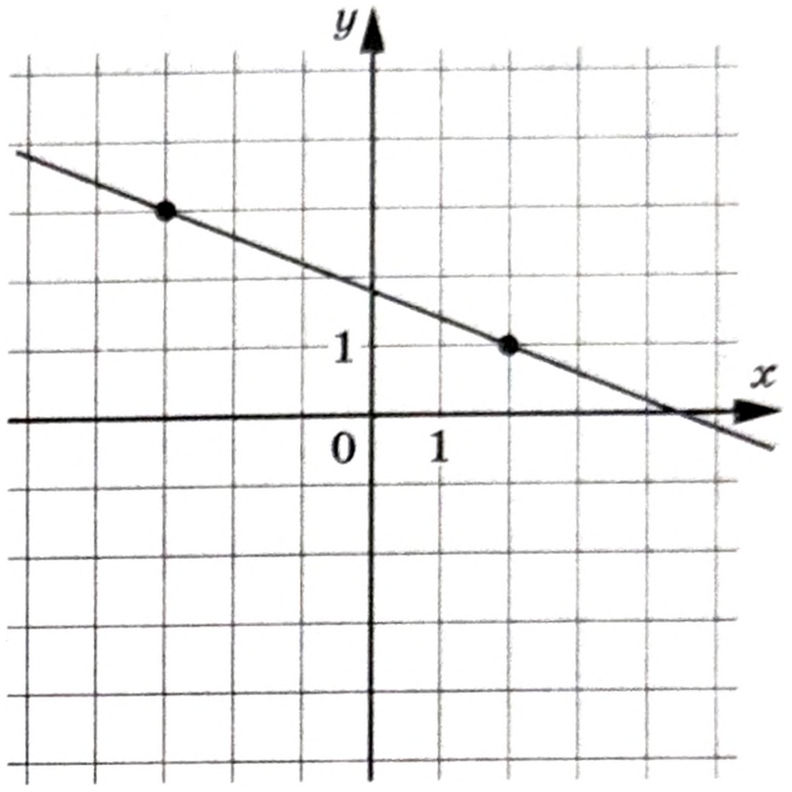
Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 120 литров она заполняет на 2 минуты быстрее, чем первая труба?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график линейной функции. Найдите значение x, при котором $f(x)=8$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y=(x-14)^2 e^{26-x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos x \cdot \cos 2x - \sin^2 x - \cos x = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

14 В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах A_1B_1, B_1C_1 и BC отмечены точки M, K и N соответственно, причём $B_1K : KC_1 = 2 : 3$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 4 и 5.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC.

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 20, а высота призмы равна 2.

15 Решите неравенство $3^{2\sqrt{x}-10} + 6561 \cdot 12^{\sqrt{x}-4} < 3^{2\sqrt{x}} + 16 \cdot 12^{\sqrt{x}-6}$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июле 2026 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1300 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2027, 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2032, 2033, 2034, 2035 и 2036 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2036 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2780 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2027 году?

17 Прямая, перпендикулярная стороне AB ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке K, а диагональ BD — в точке L, причём $AK:KC=1:3$, $BL:LD=2:1$.

а) Докажите, что прямая KL делит сторону ромба AB в отношении $1:4$.
б) Найдите сторону ромба, если $KL=6$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}(xy-4x+20)\cdot\sqrt{y-4x+20}=0,\\ y=5x+a\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 В классе больше 10, но не больше 27 учащихся, а доля девочек не превышает 26 %.

а) Может ли в этом классе быть 6 девочек?
б) Может ли доля девочек составить 30 %, если в этот класс придёт новая девочка?
в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

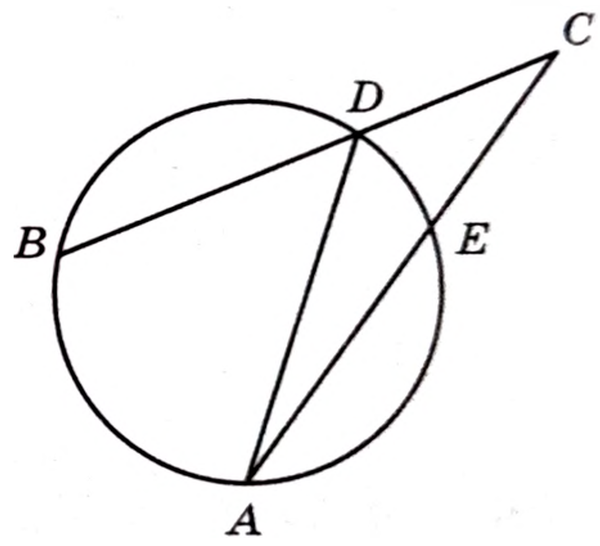
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 23

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Угол ACB равен 33°. Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна 102°. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.

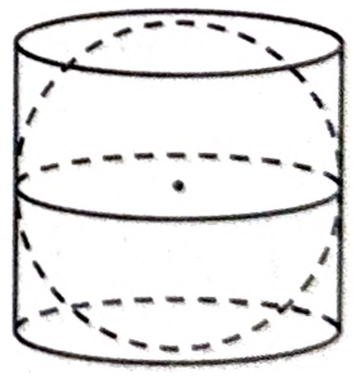


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(2;\ 3)$ и $\vec{b}(-3;\ b_0)$. Найдите b_0, если $|\vec{b}| = 1{,}5|\vec{a}|$. Если таких значений несколько, в ответ запишите меньшее из них.

Ответ: _____.

3 Цилиндр, объём которого равен 114, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: _____.

4 В группе туристов 24 человека. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 3 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист З. полетит четвёртым рейсом вертолёта.

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по пяти одинаковым мишеням. На каждую мишень даётся не более двух выстрелов, и известно, что вероятность поразить мишень каждым отдельным выстрелом равна 0,6. Во сколько раз вероятность события «стрелок поразит ровно две мишени» больше вероятности события «стрелок поразит ровно одну мишень»?

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

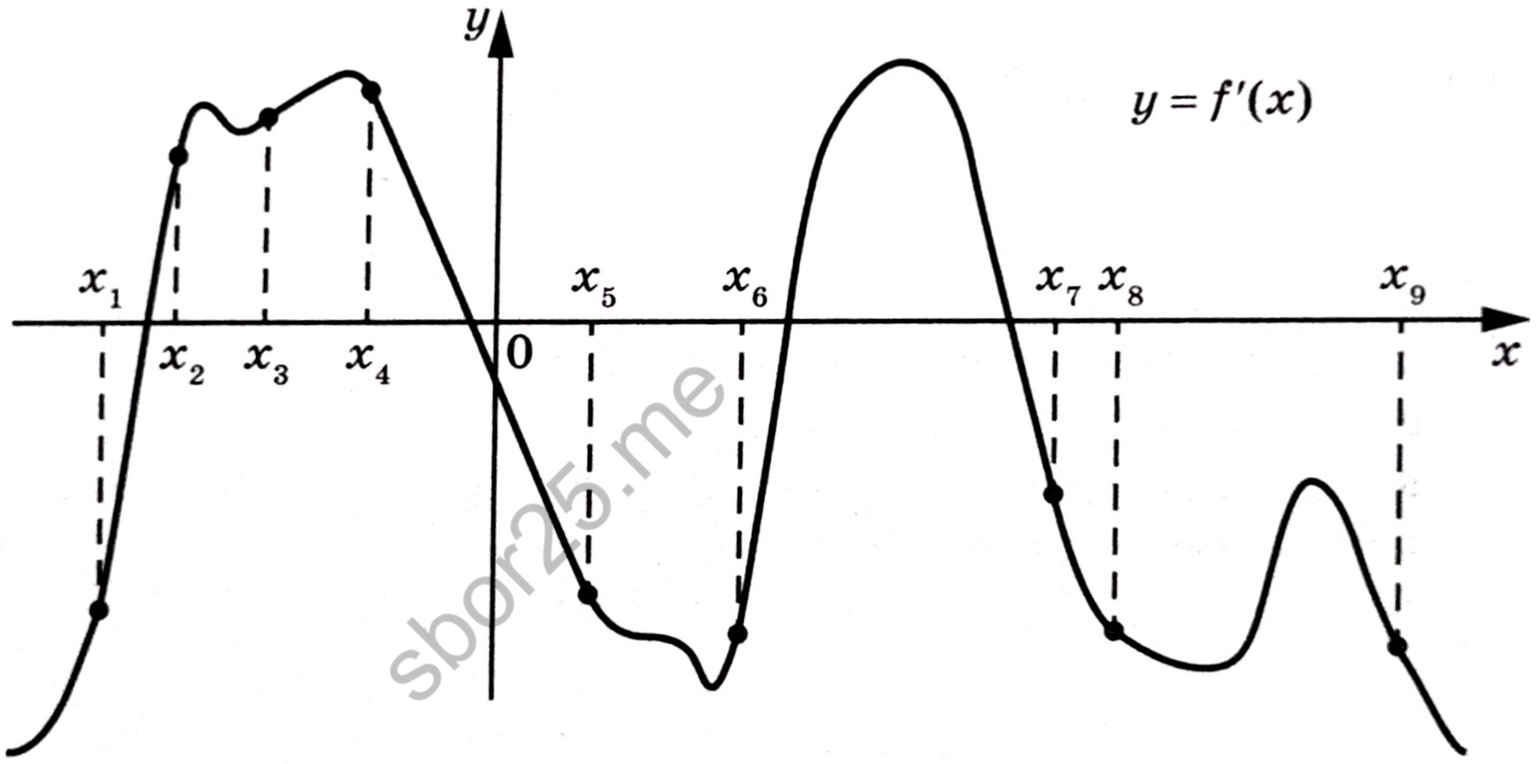
6 Найдите корень уравнения $0{,}25^{2x-1} = 8^{x+3}$.

Ответ: _____.

7 Найдите $2\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0{,}7$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 5 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 7 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 36$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC\log_2\dfrac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}8$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 84 с. Ответ дайте в киловольтах.

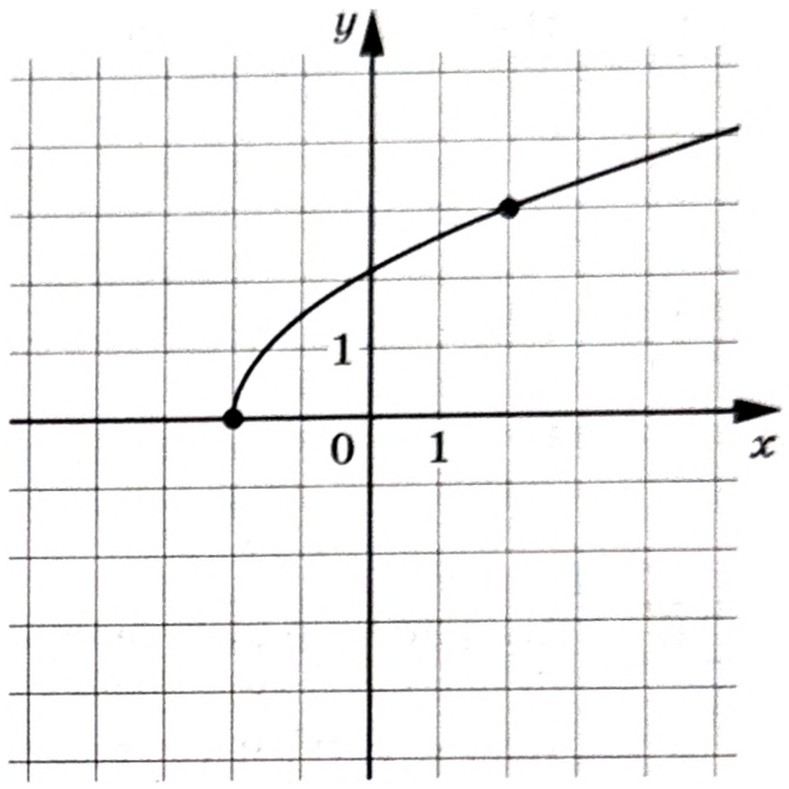
Ответ: _____.

10 На изготовление 312 деталей первый рабочий тратит на 11 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 480 деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 4 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает первый рабочий?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=k\sqrt{x+p}$. Найдите $f(0{,}25)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y=(x+4)^2(x+3)-6$ на отрезке $[-5;\ -3{,}5]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4\sqrt{3}\cos^3 x=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;\ -\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14 Основанием правильной треугольной пирамиды $PABC$ является треугольник ABC, $AP=1{,}3\,AB$. Через точку A перпендикулярно апофеме грани BCP проведена плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α делит апофему грани BCP в отношении 119 : 25, считая от точки P.

б) Найдите угол между прямой AC и плоскостью α.

15 Решите неравенство $\left|\log_4(x+1)^2-2\right|+\left|\log_2(2x+3)-1\right|\le 3$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В октябре 2027 года Анна планирует взять кредит в банке на 7 лет в размере 4350 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 10 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по сентябрь необходимо выплатить часть долга;
- в октябре каждого года в первые пять лет действия кредита (2028–2032 гг.) долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на октябрь предыдущего года;
- в 2033 и 2034 годах выплаты по кредиту равны;
- к октябрю 2034 года кредит должен быть полностью погашен.

Известно, что общая сумма выплат по кредиту должна составить 6025 тыс. рублей. Сколько рублей составит выплата 2031 года?

17 В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A вписана окружность с центром в точке O и радиусом R. К этой окружности параллельно прямой AB проведена касательная, которая пересекает стороны BC и AC в точках D и E соответственно. В треугольник CDE вписана окружность с центром в точке O_1 и радиусом r. Прямые OO_1 и AB пересекаются в точке P.

а) Докажите, что $AP : PB = \cos\angle ACB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если $R = 6$, $r = 4$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = |1{,}6a|, \\ y = ax - a^2 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Трёхзначное число A имеет k натуральных делителей (в том числе 1 и A).

а) Может ли k быть равно 7?

б) Может ли k быть равно 25?

в) Найдите наибольшее k.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

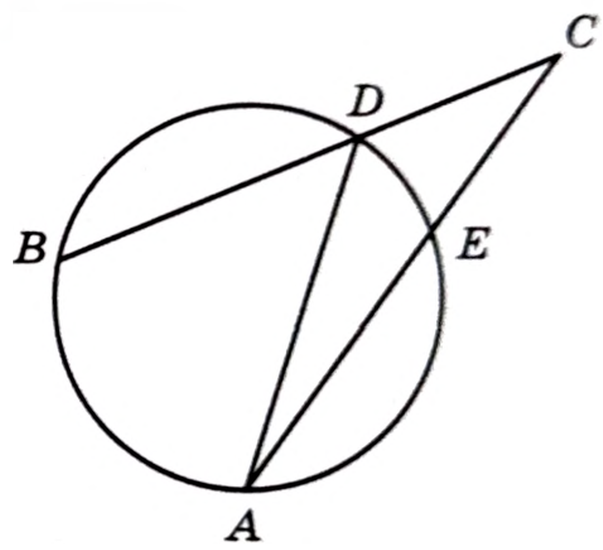
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 24

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите угол ACB, если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности, градусные меры которых равны соответственно 116° и 38°. Ответ дайте в градусах.



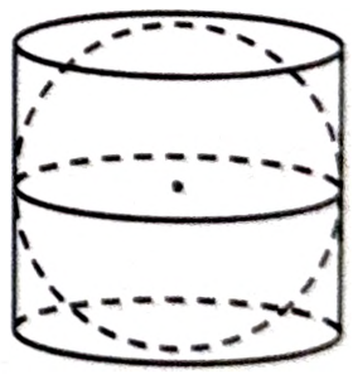
Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(4;\,-1)$ и $\vec{b}\,(b_0;\,8)$. Найдите b_0, если $|\vec{b}|=2{,}5|\vec{a}|$. Если таких значений несколько, в ответ запишите большее из них.

Ответ: _____.

sbor25.me

3 Шар вписан в цилиндр. Площадь поверхности шара равна 25. Найдите площадь полной поверхности цилиндра.



Ответ: _____.

4 В группе туристов 30 человек. Их вертолётом доставляют в труднодоступный район, перевозя по 3 человека за рейс. Порядок, в котором вертолёт перевозит туристов, случаен. Найдите вероятность того, что турист Ш. полетит вторым рейсом вертолёта.

Ответ: _____.

5 Симметричную монету бросают 10 раз. Во сколько раз вероятность события «выпадет ровно 4 орла» больше вероятности события «выпадет ровно 3 орла»?

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $2{,}5^{2-3x}=0{,}16^{2x}$.

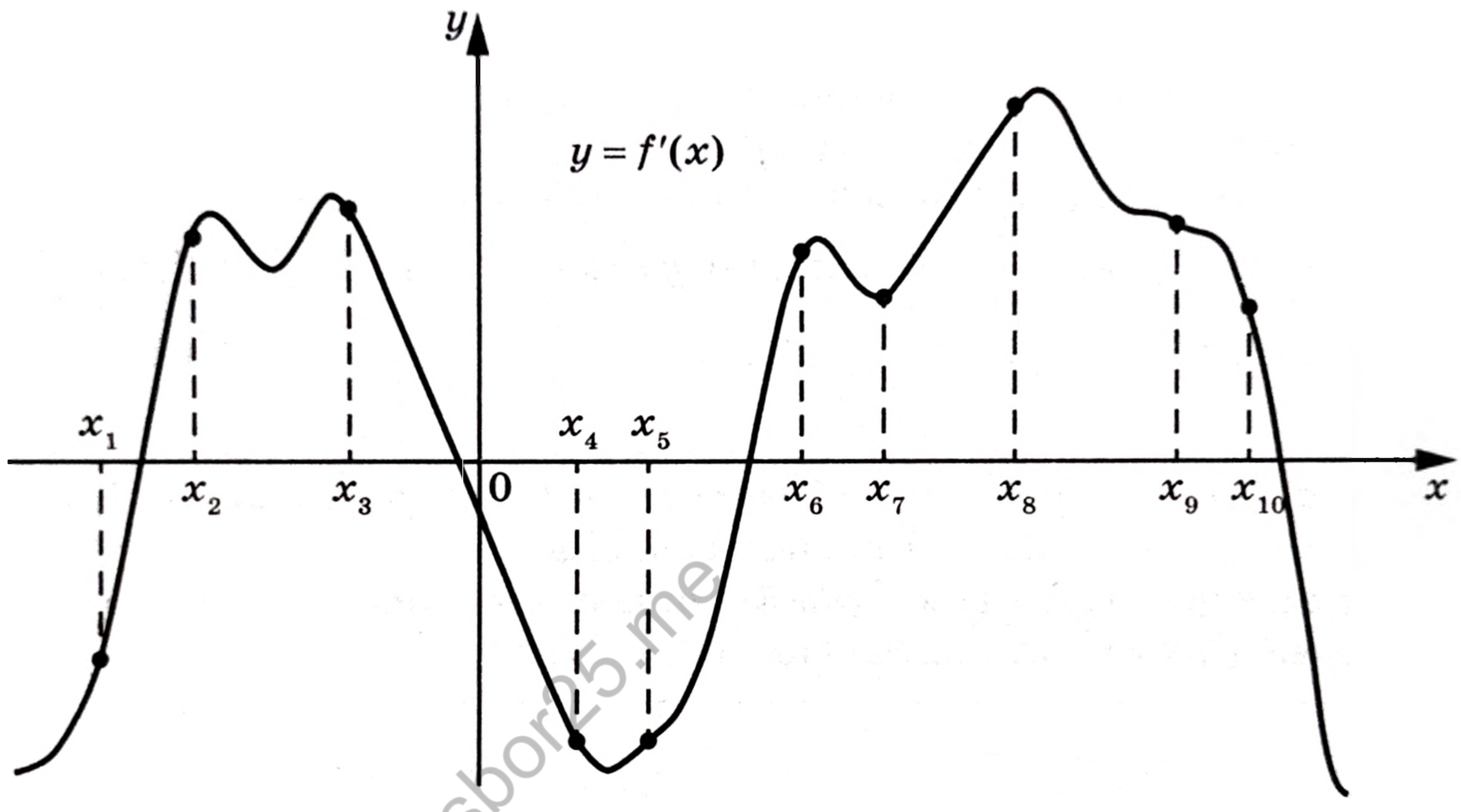
Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите $45\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha = -0{,}9$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено девять точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

9 В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора $C = 2 \cdot 10^{-6}$ Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением $R = 6 \cdot 10^6$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 10$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ (с), где $\alpha = 0{,}7$ — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 16,8 с. Ответ дайте в киловольтах.

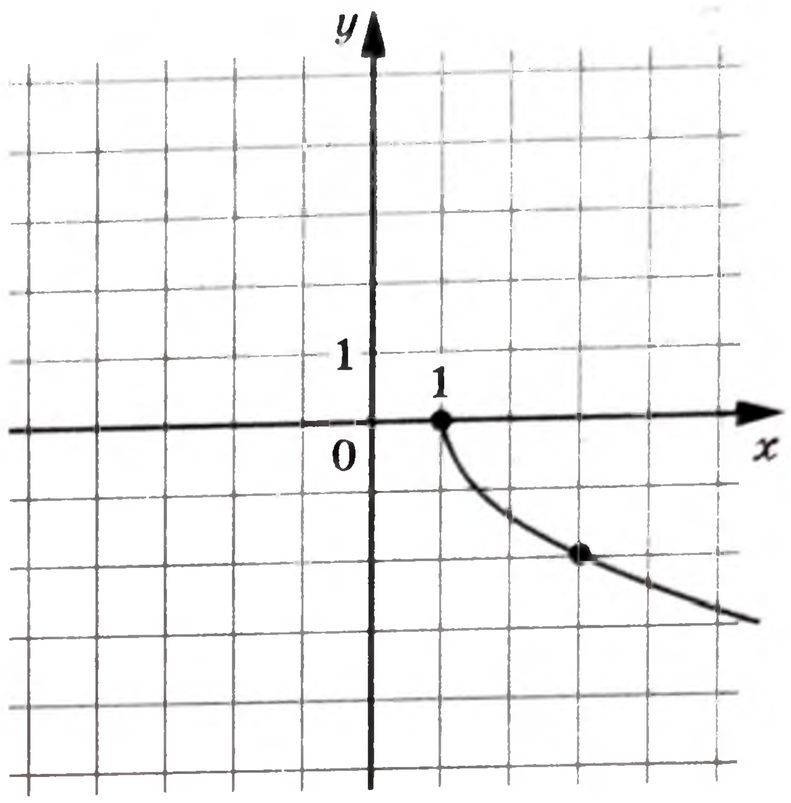
Ответ: _____.

10 На изготовление 40 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 70 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=p\sqrt{x+d}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=-6$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y=(x+9)^2(x+3)+7$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4\sqrt{3}\sin^3 x=\cos\left(2x+\frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{9\pi}{2};\ 6\pi\right]$.

14 Основанием правильной треугольной пирамиды $PABC$ является треугольник ABC, $AP:AB=3:4$. На апофеме грани BCP отметили точку K, которая делит эту апофему в отношении $1:4$, считая от точки P. Через точки A и K параллельно прямой BC проведена плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α перпендикулярна апофеме грани BCP.
б) Найдите угол между прямой AC и плоскостью α.

15 Решите неравенство $\left|\log_9(2x+1)^2-1\right|-\left|\log_3(1-x)-3\right|\geq 1$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В октябре 2027 года Борис планирует взять кредит в банке на 7 лет в размере 2560 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 15 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по сентябрь необходимо выплатить часть долга;
- в октябре каждого года в первые пять лет действия кредита (2028–2032 гг.) долг должен быть на одну и ту же величину Q рублей меньше долга на октябрь предыдущего года;
- в 2033 и 2034 годах выплаты по кредиту равны;
- к октябрю 2034 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите величину Q, если общая сумма выплат по кредиту должна составить 4168 тыс. рублей.

17 В прямоугольный треугольник ABC с прямым углом A вписана окружность с центром в точке O и радиусом R. К этой окружности параллельно прямой AB проведена касательная, которая пересекает стороны BC и AC в точках D и E соответственно. В треугольник CDE вписана окружность с центром в точке O_1 и радиусом r. Прямые OO_1 и AB пересекаются в точке P.

а) Докажите, что $AP : PB = \cos \angle ACB$.
б) Найдите площадь треугольника ABC, если $R = 5$, $r = 3$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = |2{,}7a|, \\ y = a(x - a) \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Трёхзначное число A имеет k натуральных делителей (в том числе 1 и A).

а) Может ли k быть равно 15?
б) Может ли k быть равно 28?
в) Найдите все числа A, для которых $k \geq 30$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

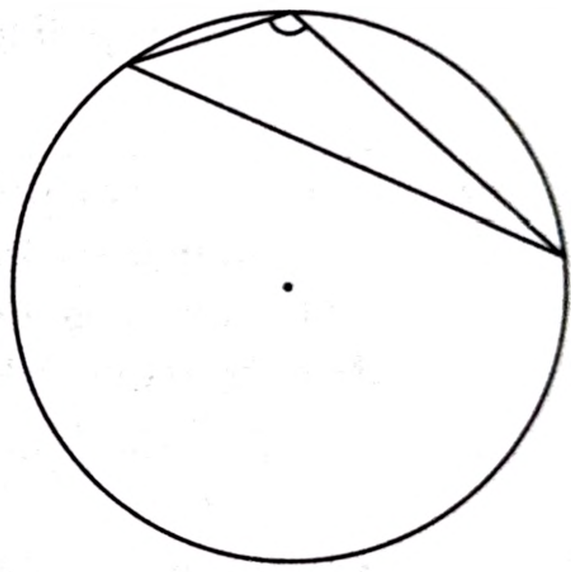
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 25

Часть 1

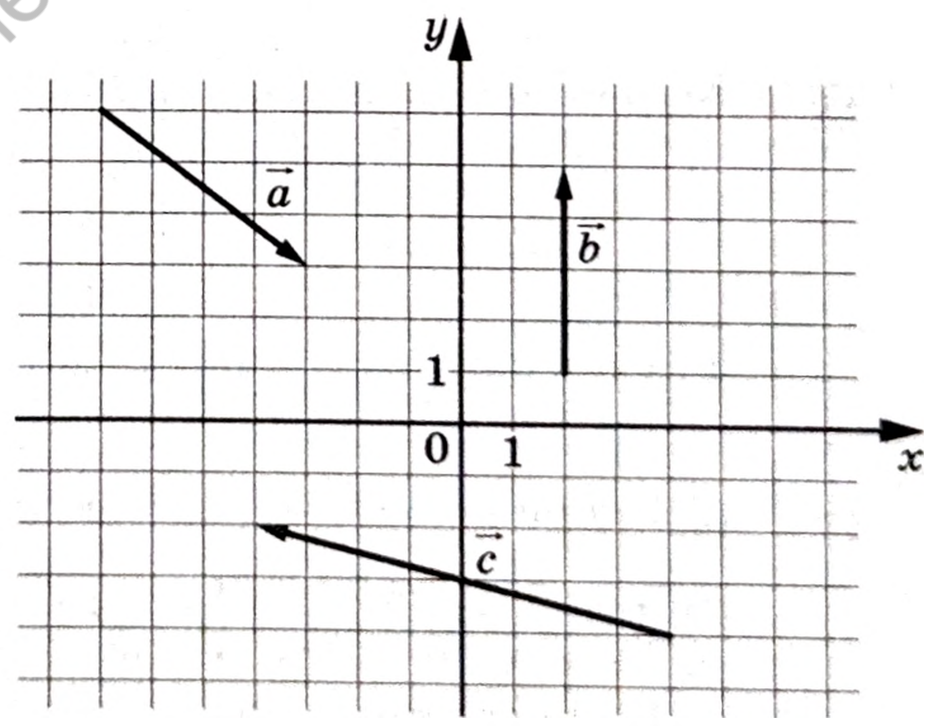
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Радиус окружности равен $\sqrt{6}$. Найдите величину тупого вписанного угла, опирающегося на хорду, равную $3\sqrt{2}$. Ответ дайте в градусах.



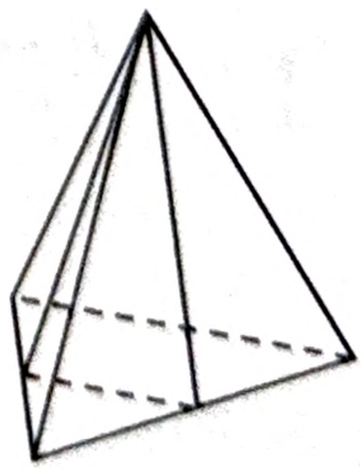
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



Ответ: _____.

3 От треугольной пирамиды, объём которой равен 34, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через вершину пирамиды и среднюю линию основания. Найдите объём отсечённой треугольной пирамиды.



Ответ: _____.

4 Фабрика выпускает сумки. В среднем 8 сумок из 1000 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

5 В ящике 7 красных и 3 синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счёту?

Ответ: _____.

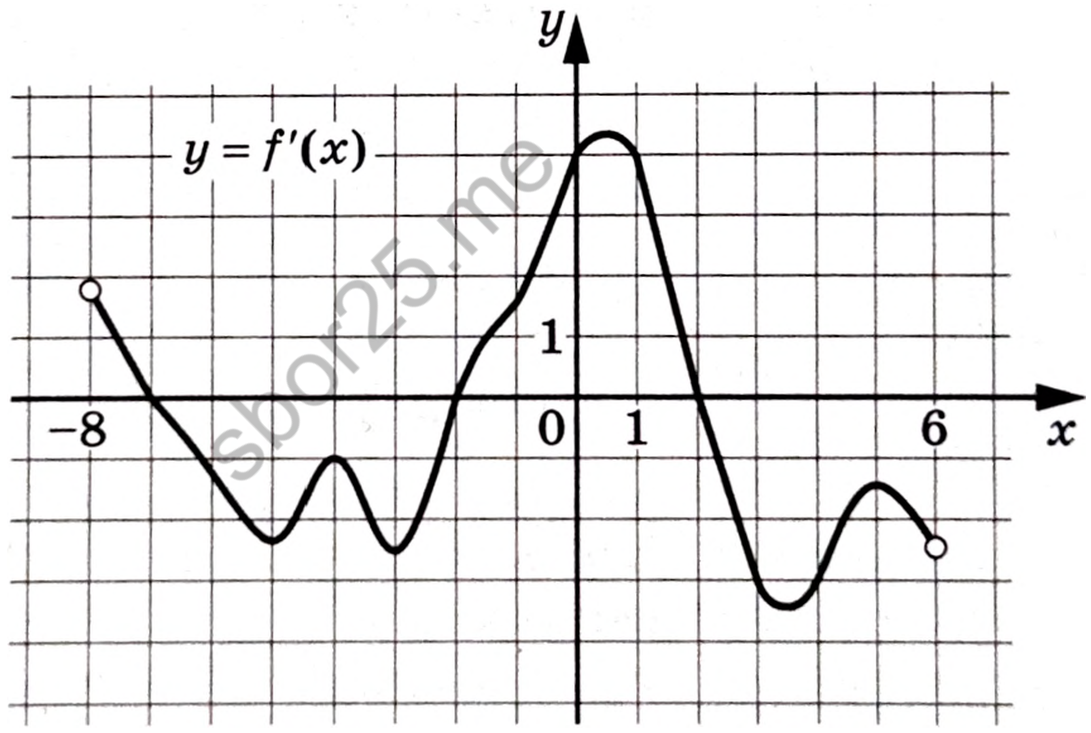
6 Решите уравнение $\log_5(2x+3)=\log_{0,2}(x+1)$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt{m}}{\sqrt[5]{m}\cdot\sqrt[20]{m}}$ при $m=256$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8;\ 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y=-2x-14$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

9 Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t)=T_0+bt+at^2$, где t — время в минутах, $T_0=1400$ К, $a=-25$ К/мин^2, $b=300$ К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1900 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.

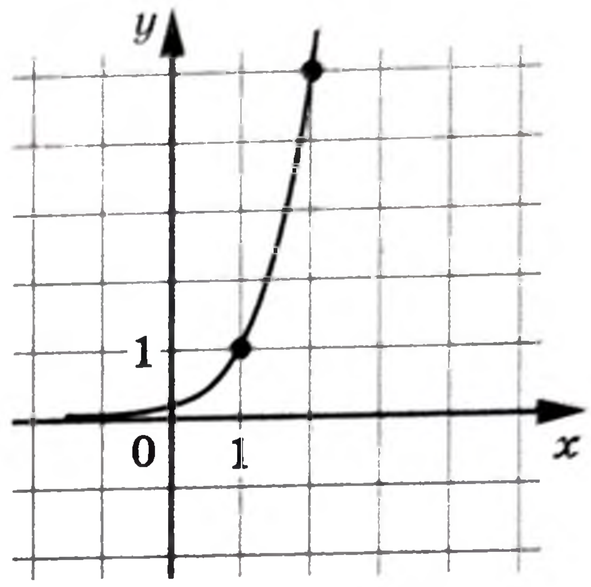
Ответ: _____.

10 От пристани A к пристани B, расстояние между которыми равно 240 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 8 часов после этого следом за ним, со скоростью на 8 км/ч больше, отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=pa^x$. Найдите $f(4)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y=x\sqrt{x}-9x+23$ на отрезке $[1;\,36]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

shor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\left(4x^2+16x+15\right)\left(\cos x\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-0{,}5\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi;\,-\frac{\pi}{2}\right]$.

14 На рёбрах AB и B_1C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ отметили соответственно точки T и K так, что $AT:TB=2:1$ и $B_1K=KC_1$. Через точки K и C параллельно прямой TB_1 проведена плоскость α.

а) Докажите, что точка пересечения плоскости α с ребром AB является серединой отрезка AT.

б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α, если $AB=42$, $AA_1=3\sqrt{7}$.

15 Решите неравенство $9\log_8^2(4-x)^4+5\log_{0,5}(4-x)^8\le 56$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В августе 2027 года Дмитрий планирует взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг увеличивается на 10 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в январе 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг увеличивается на 14 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июль необходимо выплатить часть долга;
- в августе каждого года действия кредита долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на август предыдущего года;
- к августу 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите сумму кредита (в млн рублей), если она на 1700 тыс. рублей меньше суммы общих выплат по кредиту.

17 В трапеции $KLMN$ с основаниями KN и ML провели биссектрисы углов LKN и LMN, которые пересеклись в точке P. Через точку P параллельно прямой KN провели прямую, которая пересекла стороны LK и MN соответственно в точках A и B. При этом $AB = KL$.

а) Докажите, что трапеция $KLMN$ равнобедренная.
б) Найдите $\cos\angle LKN$, если $KP : PM = 2 : 3$, $AP : PB = 1 : 2$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\left(\dfrac{|x+4|+|x-4|}{2}-1\right)^2+\left(\dfrac{|y+1|+|y-1|}{2}-5\right)^2=25,\\ y=ax-8a\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Среднее геометрическое k чисел p_1, p_2, ..., p_k вычисляется по формуле $\sqrt[k]{p_1\cdot p_2\cdot\ldots\cdot p_k}$.

а) Может ли среднее геометрическое трёх различных двузначных чисел быть равно 45?
б) Найдите наименьшее возможное целое значение среднего геометрического трёх различных двузначных чисел.
в) Найдите наибольшее возможное целое значение среднего геометрического шести различных двузначных чисел.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

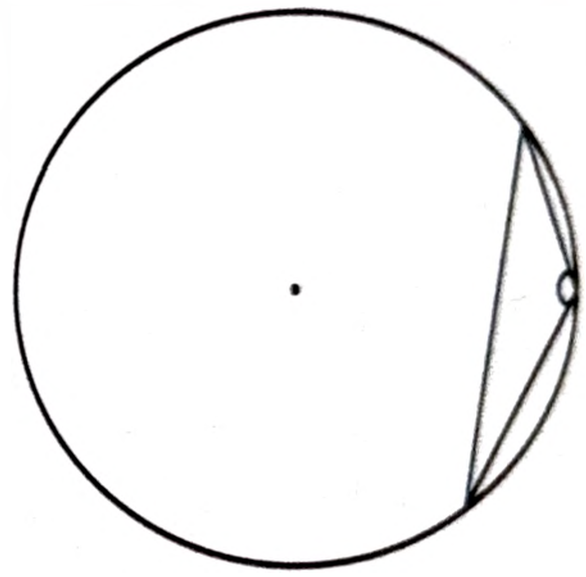
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 26

Часть 1

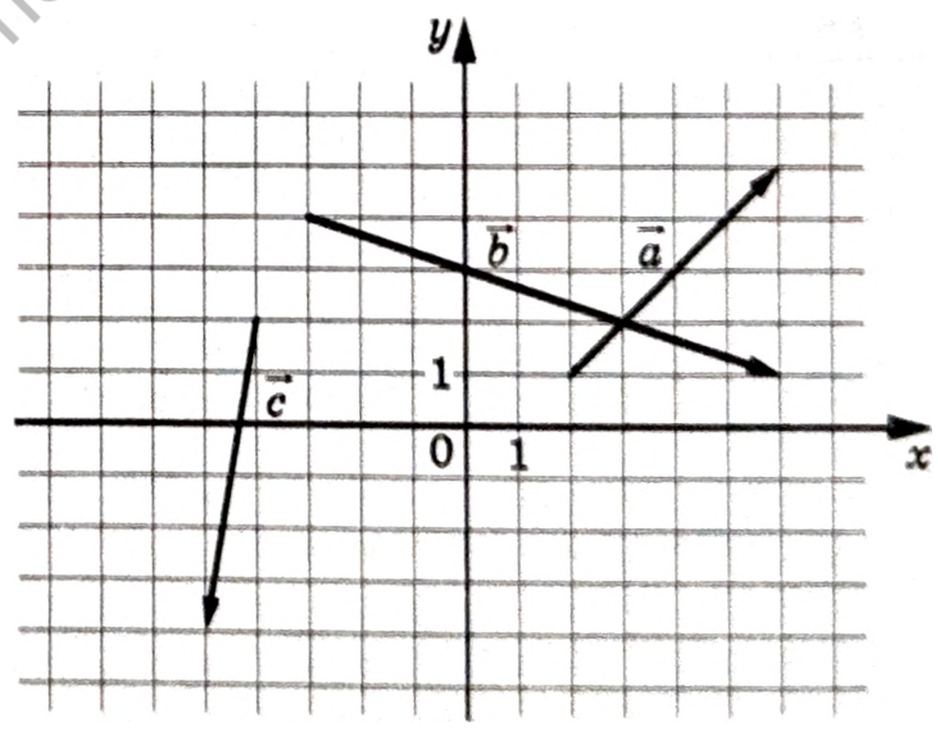
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите хорду, на которую опирается угол 135°, вписанный в окружность радиуса $3\sqrt{2}$.



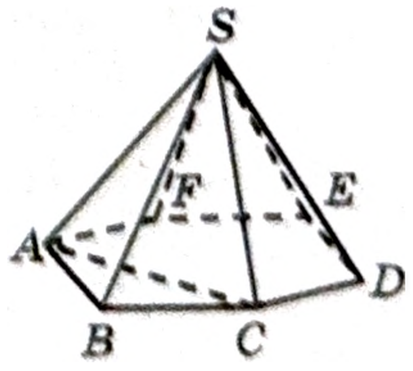
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



Ответ: _____.

3 Объём треугольной пирамиды $SABC$, являющейся частью правильной шестиугольной пирамиды $SABCDEF$, равен 14. Найдите объём шестиугольной пирамиды.



Ответ: _____.

4 Фабрика выпускает сумки. В среднем на 30 качественных сумок приходится 2 сумки, имеющие скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что выбранная в магазине сумка окажется с дефектами.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

5 В коробке 6 синих, 12 красных и 7 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

Ответ: _____.

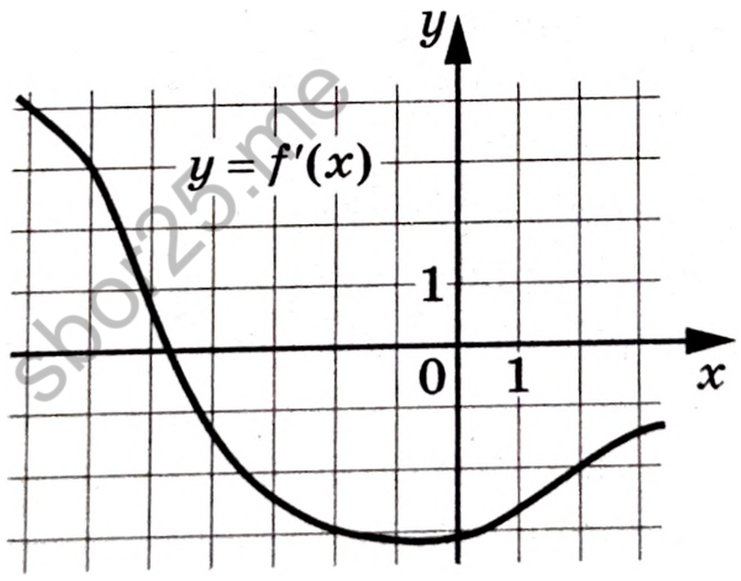
6 Решите уравнение $\log_2(x+5)=\log_4(1-x)$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[24]{a}\sqrt[48]{a}}{a\sqrt[16]{a}}$ при $a=2{,}5$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y=3x+1$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

9 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t)=at^2+bt+H_0$, где $H_0=6{,}25$ м — начальный уровень воды, $a=\dfrac{1}{49}$ м/мин^2 и $b=-\dfrac{5}{7}$ м/мин — постоянные, t — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ дайте в минутах.

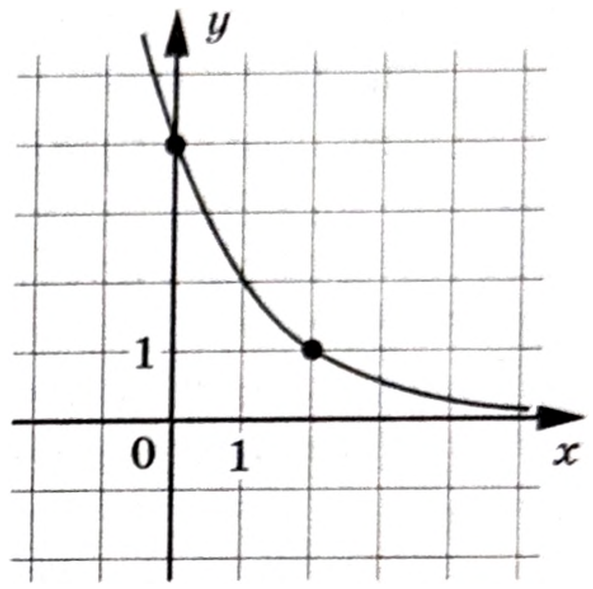
Ответ: _____.

10 От пристани A к пристани B, расстояние между которыми равно 192 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 4 часа после этого следом за ним, со скоростью на 4 км/ч больше, отправился второй. Найдите скорость второго теплохода, если в пункт B он прибыл одновременно с первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=pa^x$. Найдите значение x, при котором $f(x)=32$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y=-\frac{4}{3}x\sqrt{x}+7x+15$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

skor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\left(2x^2-15x+18\right)\left(\sin x\cdot\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)+0{,}25\right)=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{\pi}{2};\,2\pi\right]$.

14 На рёбрах AB и A_1C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ отметили соответственно точки T и K так, что $AT:TB=1:2$ и $A_1K=KC_1$. Через точки K и C параллельно прямой TA_1 проведена плоскость α.

а) Докажите, что точка пересечения плоскости α с ребром AB делит это ребро в отношении $2:1$, считая от точки A.
б) Найдите площадь сечения призмы $ABCA_1B_1C_1$ плоскостью α, если $AB=6\sqrt{7}$, $AA_1=3$.

15 Решите неравенство $\log_{0,2}^2(x+5)^4-4\log_{25}(x+5)^{12}\geq 40$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В августе 2027 года Алина планирует взять кредит в банке на 8 лет. Условия его возврата таковы:

- в январе 2028, 2029, 2030 и 2031 годов долг увеличивается на 15 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в январе 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг увеличивается на 13 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июль необходимо выплатить часть долга;
- в августе каждого года действия кредита долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на август предыдущего года;
- к августу 2035 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите сумму кредита (в млн рублей), если она на 1690 тыс. рублей меньше суммы общих выплат по кредиту.

17 В трапеции $KLMN$ с основаниями KN и ML провели биссектрисы углов LKN и LMN, которые пересеклись в точке P. Через точку P параллельно прямой KN провели прямую, которая пересекла стороны LK и MN соответственно в точках A и B. При этом $AB = KL$.

а) Докажите, что трапеция $KLMN$ равнобедренная.
б) Найдите $\cos\angle LKN$, если $KP : PM = 4 : 3$, $AP : PB = 3 : 2$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \left(\dfrac{|x-1|+|x+1|}{2}-7\right)^2+\left(\dfrac{|y-7|+|y+7|}{2}+1\right)^2=100, \\ y=ax+8 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19 Среднее геометрическое k чисел p_1, p_2, ..., p_k вычисляется по формуле $\sqrt[k]{p_1 \cdot p_2 \cdot \ldots \cdot p_k}$.

а) Может ли среднее геометрическое трёх различных двузначных чисел быть равно 36?
б) Найдите наименьшее возможное целое значение среднего геометрического четырёх различных двузначных чисел.
в) Найдите наименьшее возможное целое значение среднего геометрического шести различных двузначных чисел.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

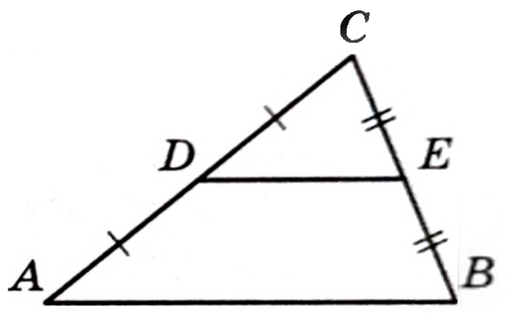
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 27

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В треугольнике ABC средняя линия DE параллельна стороне AB. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь трапеции $ABED$ равна 36.

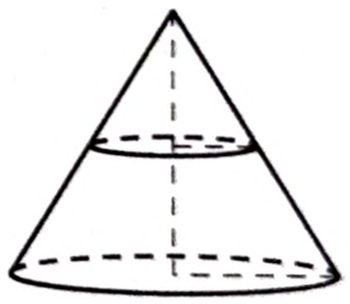


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(2; -5)$ и $\vec{b}(5; 7)$. Найдите скалярное произведение векторов $0{,}6\vec{a}$ и $1{,}4\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Площадь полной поверхности конуса равна 66. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: _____.

4 В сборнике билетов по математике всего 60 билетов, в 9 из них встречается вопрос по теме «Производная». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Производная».

Ответ: _____.

5 В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 чёрных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 чёрных таких же кубиков. Аня наугад взяла из верхнего ящика два кубика, а Оля — два кубика из нижнего ящика. После этого Аня положила свои кубики в нижний ящик, а Оля — в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике по-прежнему будет 10 белых и 15 чёрных кубиков.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x+5}=8$.

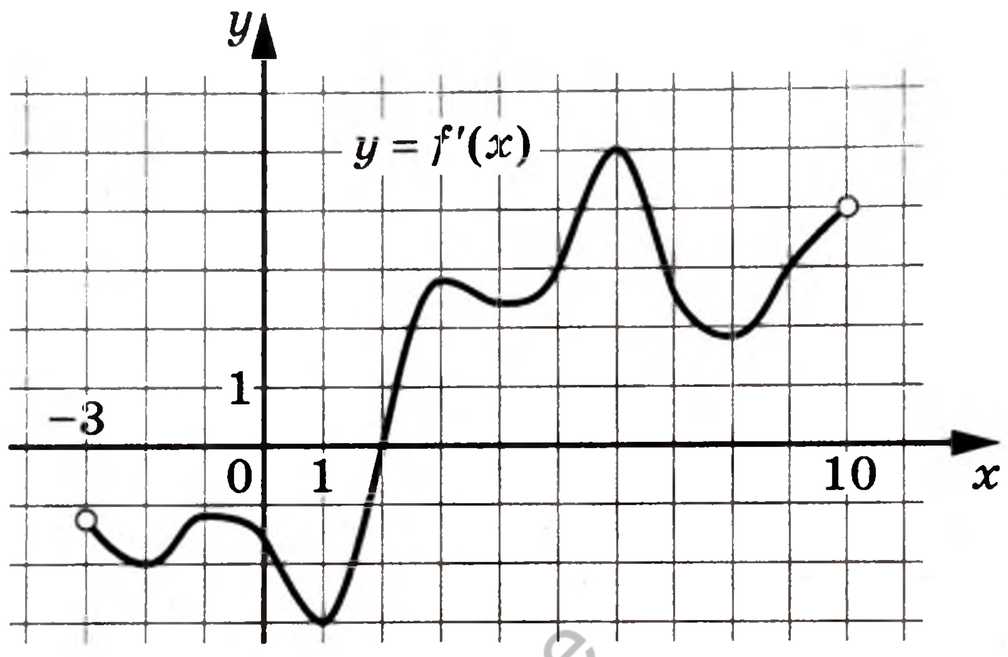
Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $\log_{0,25} 64$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-3;\ 10)$. В какой точке отрезка $[4;\ 9]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

sbor25.me

9 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{648} \cdot 10^{20}$ м^2, а мощность её излучения равна $1{,}824 \cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

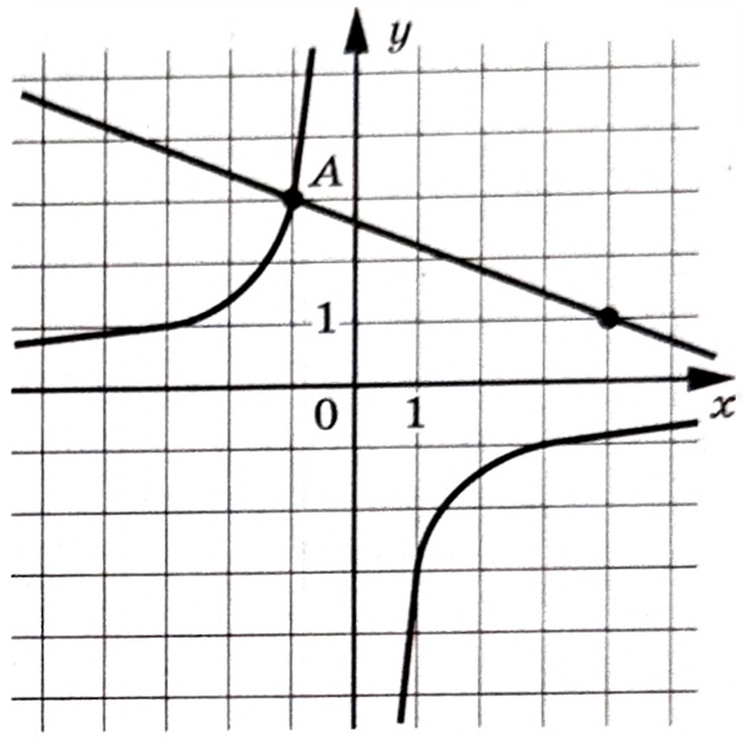
Ответ: _____.

10 Два велосипедиста одновременно отправились в 88-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 3 км/ч больше, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, приехавшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображены графики функций $f(x)=\frac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y=3\cos x+8x-5$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2};\,0\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $6^{2x-1}+2\cdot 25^{x-0,5}=16\cdot 30^{x-1}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0,5;\,4]$.

14 Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро SA перпендикулярно плоскости основания. Через середины рёбер BC и CD параллельно прямой SC проведена плоскость α.

а) Докажите, что точка пересечения плоскости α с ребром AS делит это ребро в отношении $1:3$, считая от вершины S.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α, если $AB=4$, $AS=3\sqrt{2}$.

15 Решите неравенство $\frac{\sqrt{x+5}+4}{\sqrt{x-5}-4}\le\sqrt{x-5}+4$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июне 2028 года Ольга планирует взять кредит в банке N на 4 года в размере 3,6 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2029 и 2030 годов долг увеличивается на r % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в январе 2031 и 2032 годов долг увеличивается на 18 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого года действия кредита необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.

Ольге предложили взять кредит в банке G на таких же условиях, но только в первые два года долг будет увеличиваться на 18 %, а в последующие два года — на r %. Найдите r, если общая сумма выплат по кредиту в банке G больше суммы выплат в банке N на 162 тыс. рублей.

17 На стороне BC ромба $ABCD$ отметили точку E так, что $BE : EC = 1 : 4$. Через точку E перпендикулярно BC провели прямую, которая пересекает диагонали BD и AC в точках R и M соответственно, при этом $BR : RD = 1 : 3$.

а) Докажите, что точка M делит отрезок AC в отношении $2 : 1$, считая от вершины C.
б) Найдите периметр ромба $ABCD$, если $MR = 2\sqrt{3}$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{8-2x-x^2}+2+a=a|x|$$

имеет ровно один корень.

19 Даны два набора чисел: в первом наборе каждое число равно 150, а во втором каждое число равно 50. Среднее арифметическое всех чисел двух наборов равно 78.

а) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число n. Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 71?
б) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число m. Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 70?
в) Каждое число одного набора увеличили на натуральное число k, одновременно уменьшив на k каждое число другого набора, при условии, что все числа остались положительными. Какие целые значения может принимать среднее арифметическое всех чисел двух наборов?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

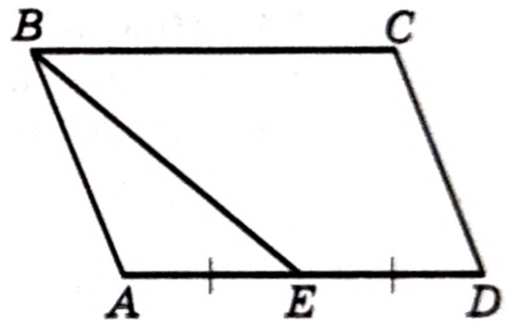
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 28

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В параллелограмме $ABCD$ точка E — середина стороны AD. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если площадь трапеции $BCDE$ равна 72.

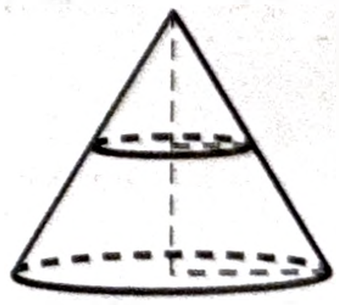


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}(2{,}2;\ -4)$ и $\vec{b}(-1{,}25;\ -1)$. Найдите скалярное произведение векторов $3\vec{a}$ и $4\vec{b}$.

Ответ: _____.

3 Площадь основания конуса равна 56. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 4 и 12, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.



Ответ: _____.

4 В сборнике билетов по физике всего 40 билетов, в 6 из них встречается вопрос по теме «Оптика». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме «Оптика».

Ответ: _____.

5 В верхнем ящике стола лежит 10 белых и 15 чёрных одинаковых по размеру кубиков. В нижнем ящике стола лежит 15 белых и 10 чёрных таких же кубиков. Ваня наугад взял из верхнего ящика два кубика, а Толя — два кубика из нижнего ящика. После этого Ваня положил свои кубики в нижний ящик, а Толя — в верхний. Найдите вероятность того, что в верхнем ящике стало 11 белых и 14 чёрных кубиков.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\sqrt[4]{2-x}=16$.

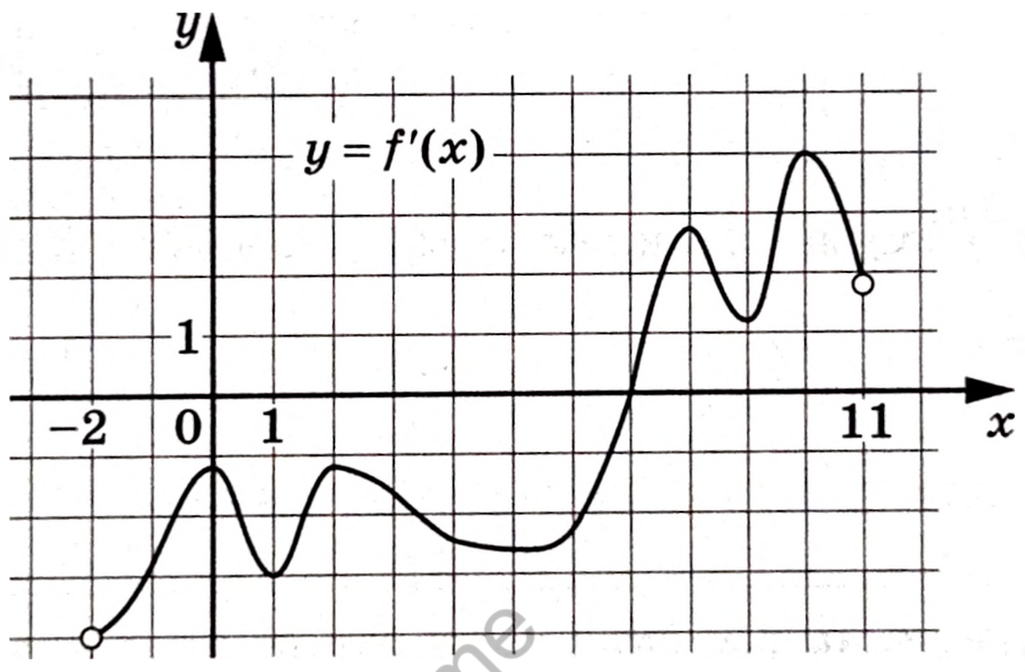
Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $625^{\log_5 3}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;\ 11)$. В какой точке отрезка $[-1;\ 5]$ функции $f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

9 Для определения эффективной температуры звёзд используют закон Стефана — Больцмана, согласно которому $P = \sigma S T^4$, где P — мощность излучения звезды (в ваттах), $\sigma = 5{,}7 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ — постоянная, S — площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а T — температура (в кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{125} \cdot 10^{20}$ м^2, а мощность её излучения равна $4{,}56 \cdot 10^{26}$ Вт. Найдите температуру этой звезды в кельвинах.

Ответ: _____.

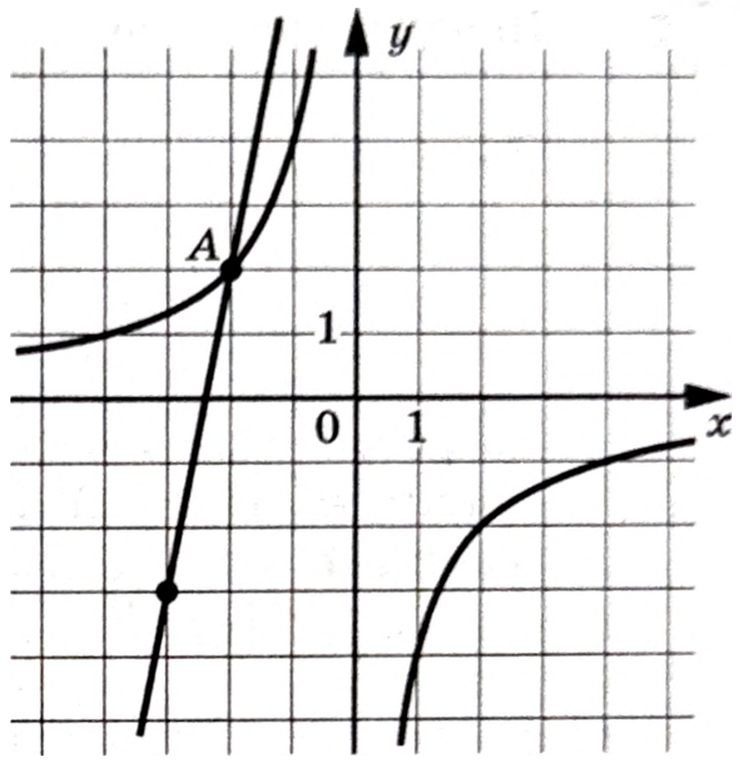
10 Два велосипедиста одновременно отправились в 110-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 1 км/ч больше, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 1 час раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображены графики функций $f(x)=\dfrac{k}{x}$ и $g(x)=ax+b$, которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y=(1-2x)\cos x+2\sin x+10$, принадлежащую промежутку $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $25^{x+0,5}+1,2\cdot 2^{4x+1}=140\cdot 20^{x-1}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2,5;\ -0,5]$.

14 Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро SA перпендикулярно плоскости основания и равно 6. На ребре SA отмечена точка K такая, что $KS=1,5$. Через точку K и середины рёбер BC и CD проведена плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой CS.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α, если $AB=4\sqrt{2}$.

15 Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x+9}-2}{\sqrt{x-9}+2}>\sqrt{x-9}-2$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июне 2028 года Егор планирует взять кредит в банке N на 4 года в размере 5 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2029 и 2030 годов долг увеличивается на 14 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в январе 2031 и 2032 годов долг увеличивается на r % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого года действия кредита необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.

Егору предложили взять кредит в банке G на таких же условиях, но только в первые два года долг будет увеличиваться на r %, а в последующие два года — на 14 %. Найдите r, если общая сумма выплат по кредиту в банке G меньше суммы выплат в банке N на 175 тыс. рублей.

17 На стороне BC ромба $ABCD$ отметили точку E так, что $BE : EC = 1 : 3$. Через точку E перпендикулярно BC провели прямую, которая пересекает диагонали BD и AC в точках R и M соответственно, при этом $BR : RD = 1 : 2$.

а) Докажите, что точка M делит отрезок AC в отношении 3 : 2, считая от вершины C.
б) Найдите периметр ромба $ABCD$, если $MR = \sqrt{15}$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x+18-x^2} - 2a = a|x| + 1$$

имеет ровно один корень.

19 Даны два набора чисел: в первом наборе каждое число равно 175, а во втором каждое число равно 80. Среднее арифметическое всех чисел двух наборов равно 145.

а) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число n. Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 132?
б) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число m. Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 135?
в) Каждое число одного набора увеличили на натуральное число k, одновременно уменьшив на k каждое число другого набора, при условии, что все числа остались положительными. Какие целые значения может принимать среднее арифметическое всех чисел двух наборов?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

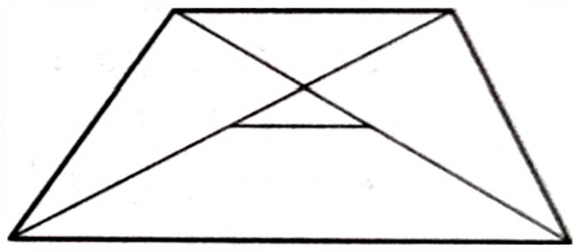
© 2026, ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026, ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 29

Часть 1

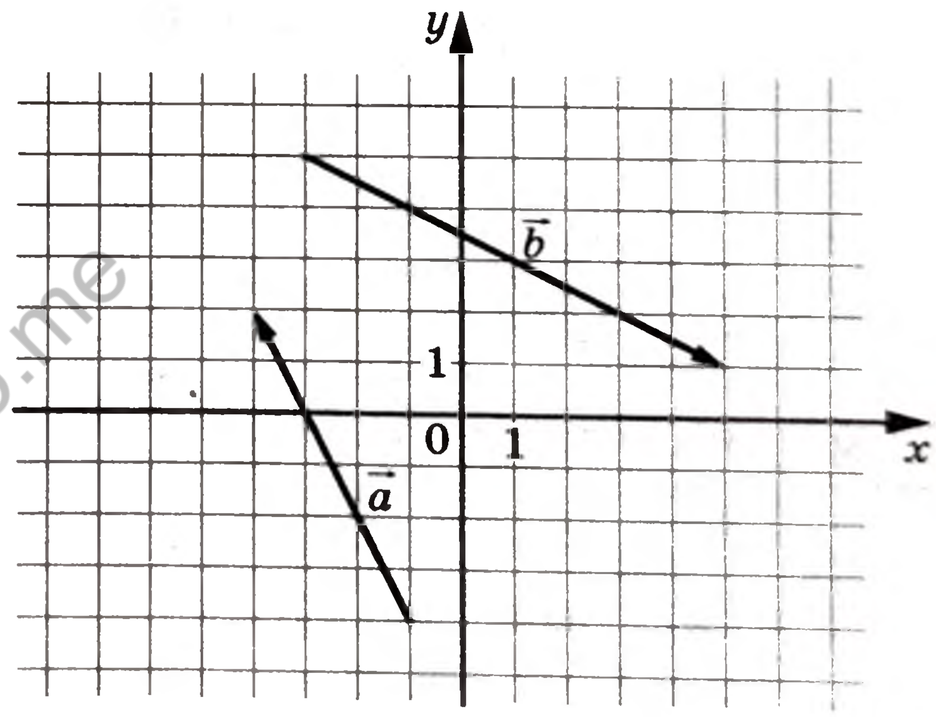
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Основания трапеции равны 29 и 44. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.



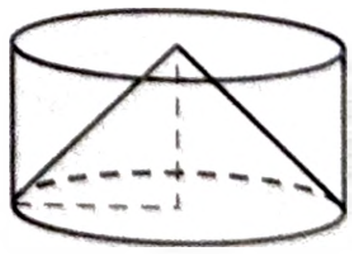
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите $\cos\alpha$, где α — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: _____.

3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $6\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



Ответ: _____.

4 Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов: первые три дня по 11 докладов, остальные распределены поровну между четвёртым и пятым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

Ответ: _____.

5 Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 6 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков больше, чем у Вани.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

6 Решите уравнение $\sqrt{3-2x}=2x+3$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\left(2^{\frac{4}{7}}\cdot 5^{\frac{2}{3}}\right)^{21}}{10^{12}}$.

Ответ: _____.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t)=t^2+7t+13,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 25 м/с?

Ответ: _____.

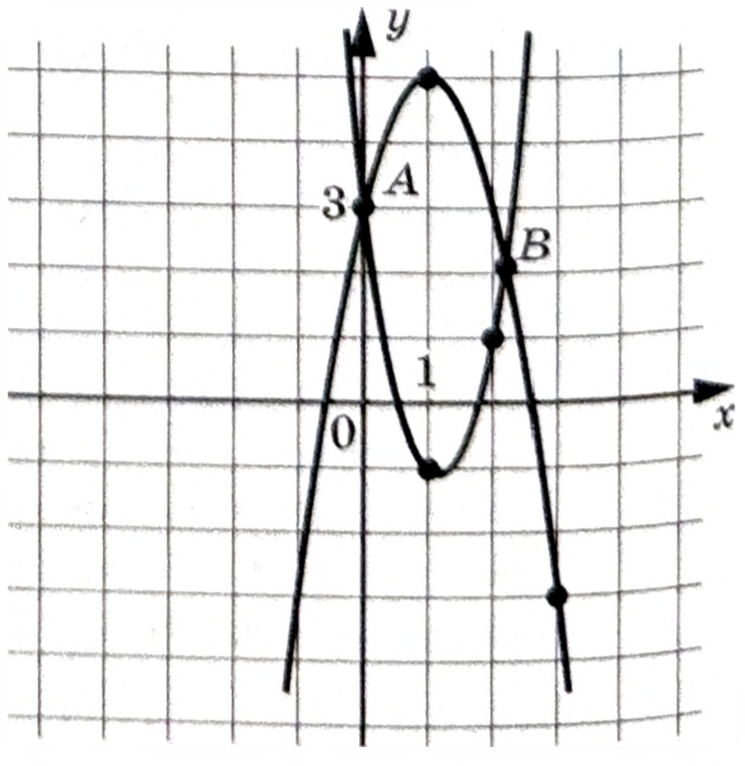
9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U=U_0\cos(\omega t+\varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0=2$ В, частота $\omega=120°/\text{с}$, фаза $\varphi=-45°$. Датчик настроен так, что, если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

10 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 76 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 82 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены графики функций $f(x)=ax^2+bx+c$ и $g(x)=-2x^2+4x+3$, которые пересекаются в точках $A(0;3)$ и $B(x_B;y_B)$. Найдите y_B.



Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 2x^2 - 5x + \ln x - 3$ на отрезке $\left[\frac{1}{6}; \frac{7}{6}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4\log_2^2(\sin x) - 3\log_{0,5}(\sin^2 x) + 2 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

14 Основанием четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $\angle BAD = 90°$, а основания AB и CD соответственно равны c и b.

а) Докажите, что если $c = 4b$, то объёмы многогранников, на которые призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ делит плоскость CDA_1, относятся как 3 : 2.

б) Объёмы многогранников $DA_1D_1CB_1C_1$ и ADA_1BCB_1, на которые призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ делит плоскость CDA_1, соответственно равны 30 и 20. Найдите высоту призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $CD = 5$, а $AD = 4$.

15 Решите неравенство $6^{2x^2-5|x|} \cdot 5^{3|x|} \le 1$.

16 В сентябре 2027 года Михаил планирует взять кредит в банке на 6 лет в размере 1500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- в январе 2028, 2029 и 2030 годов долг увеличивается на r % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в январе 2031, 2032 и 2033 годов долг увеличивается на $(r + 3)$ % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по август необходимо выплатить часть долга;
- в сентябре каждого года действия кредита долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на сентябрь предыдущего года;
- к сентябрю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r, если общая сумма выплат по кредиту должна составить 2175 тыс. рублей.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковая сторона AB равна a, а основание $AD = c$ больше основания $BC = b$. Построена окружность, касающаяся сторон AB, CD и AD.

а) Докажите, что если $b + c > 2a$, то окружность пересекает сторону BC в двух точках.

б) Найдите длину той части отрезка BC, которая находится внутри окружности, если $c = 12$, $b = 10$, $a = 8$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{15 - 2x - x^2} = 3a|x| + a - 3ax - x$$

имеет ровно один корень.

19 Дано четырёхзначное число $\overline{abcd}$, где a, b, c и d — соответственно цифры разрядов тысяч, сотен, десятков и единиц, причём $a \neq 0$.

а) Может ли произведение $a \cdot b \cdot c \cdot d$ быть больше суммы $a + b + c + d$ в 3 раза?

б) Цифры a, b, c и d попарно различны. Сколько существует различных чисел $\overline{abcd}$ таких, что $a \cdot b \cdot c \cdot d < a + b + c + d$?

в) Известно, что $a \cdot b \cdot c \cdot d = k(a + b + c + d)$, где k — двузначное число. При каком наименьшем значении $\overline{abcd}$ число k будет наибольшим?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

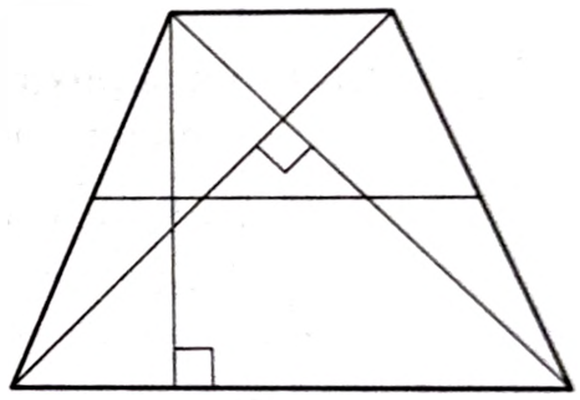
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 30

Часть 1

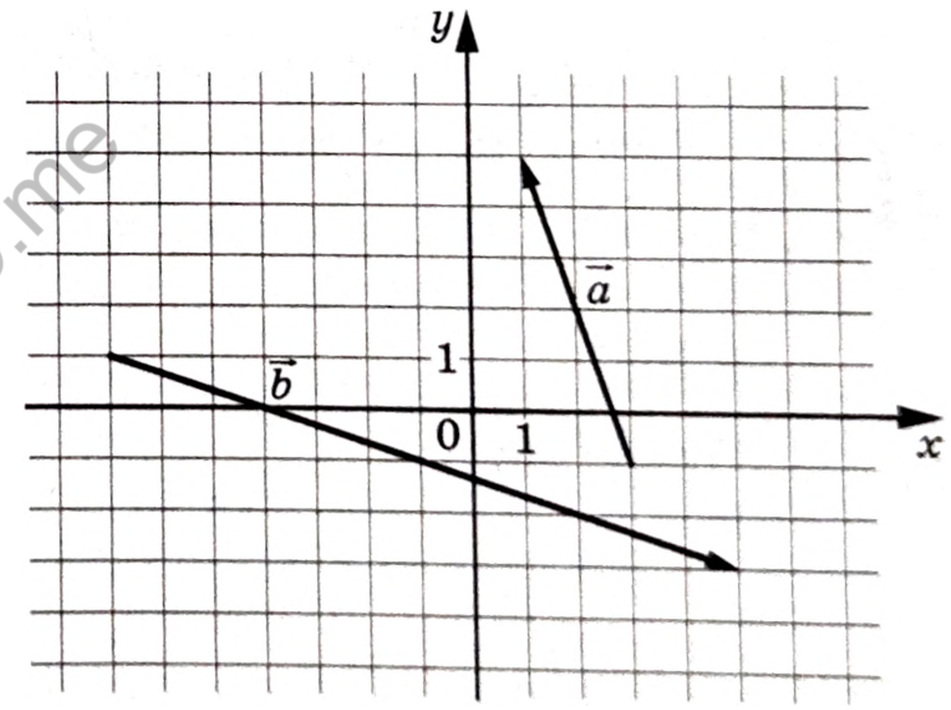
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 48. Найдите её среднюю линию.



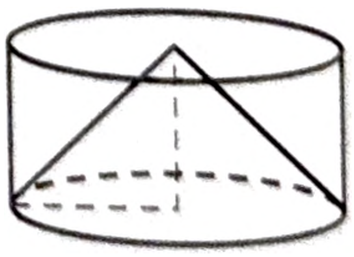
Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$, координаты этих векторов — целые числа. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: _____.

3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности конуса равна $12\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ: _____.

4 Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 25 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 13 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в последний день конкурса?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

5 Ваня бросил игральный кубик, и у него выпало больше 2 очков. Петя бросил игральный кубик, и у него выпало меньше 5 очков. Найдите вероятность того, что у Пети выпало очков меньше, чем у Вани.

Ответ: _____.

6 Решите уравнение $\sqrt{3x+22}=2-x$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $0{,}75^{\frac{1}{4}}\cdot 4^{\frac{1}{2}}\cdot 12^{\frac{3}{4}}$.

Ответ: _____.

8 Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t)=-t^3+6t+10,$$

где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 3 м/с?

Ответ: _____.

9 Датчик сконструирован таким образом, что его антенна ловит радиосигнал, который затем преобразуется в электрический сигнал, изменяющийся со временем по закону $U=U_0\sin(\omega t+\varphi)$, где t — время в секундах, амплитуда $U_0=2$ В, частота $\omega=120°/\text{с}$, фаза $\varphi=45°$. Датчик настроен так, что, если напряжение в нём не ниже чем 1 В, загорается лампочка. Какую часть времени (в процентах) на протяжении первой секунды после начала работы лампочка будет гореть?

Ответ: _____.

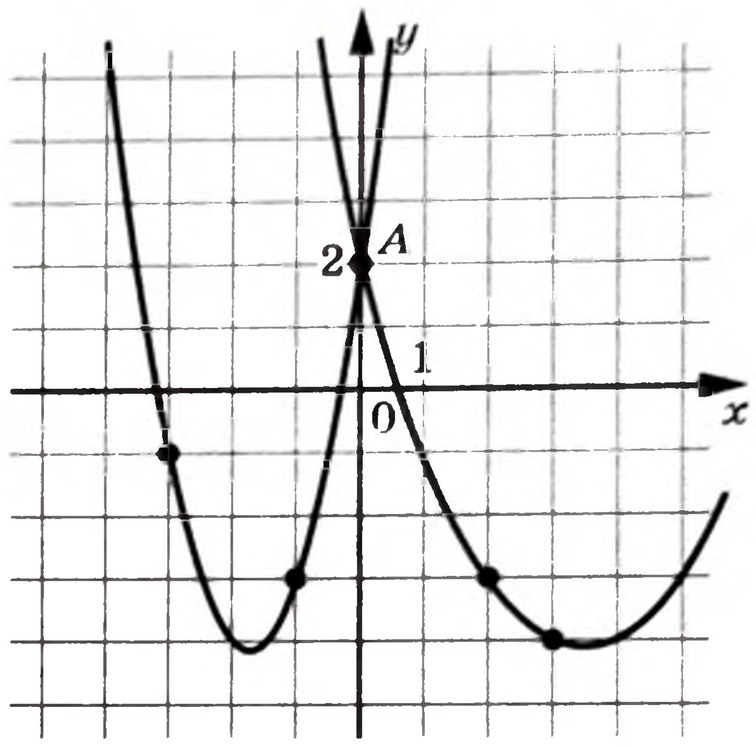
10 Имеется два сосуда. Первый содержит 50 кг, а второй — 10 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 40 % кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 52 % кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = ax^2 + bx + c$ и $g(x) = 2x^2 + 7x + 2$, которые пересекаются в точках $A(0; 2)$ и $B(x_B; y_B)$. Найдите x_B.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y = 1{,}5x^2 - 27x + 54\ln x - 7$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\log_4^2(\cos 2x) = \log_{\frac{1}{16}}(\cos 2x)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$.

14 Основанием четырёхугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ является прямоугольная трапеция $ABCD$, в которой $\angle BAD = 90°$, а основания AB и CD соответственно равны c и b.

а) Докажите, что если $c = 2b$, то объёмы многогранников, на которые призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ делит плоскость CDA_1, относятся как 5 : 4.

б) Объёмы многогранников $DA_1D_1CB_1C_1$ и ADA_1BCB_1, на которые призму $ABCDA_1B_1C_1D_1$ делит плоскость CDA_1, соответственно равны 50 и 40. Найдите высоту призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если $CD = 3$, а $AD = 2$.

15 Решите неравенство $4^{9|x|-4x^2} \cdot 9^{4|x|} \geq 1$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В сентябре 2027 года Мария планирует взять кредит в банке на 6 лет в размере 4,5 млн рублей. Условия его возврата таковы:

– в январе 2028, 2029 и 2030 годов долг увеличивается на r % от суммы долга на конец предыдущего года;
– в январе 2031, 2032 и 2033 годов долг увеличивается на $(r-3)$ % от суммы долга на конец предыдущего года;
– в период с февраля по август необходимо выплатить часть долга;
– в сентябре каждого года действия кредита долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на сентябрь предыдущего года;
– к сентябрю 2033 года кредит должен быть полностью погашен.

Известно, что общая сумма выплат по кредиту должна составить 7,2 млн рублей. Сколько рублей составит выплата 2032 года?

17 В равнобедренной трапеции $ABCD$ боковая сторона AB равна a, а основание $AD = c$ больше основания $BC = b$. Построена окружность, касающаяся сторон AB, CD и AD.

а) Докажите, что если окружность не пересекает сторону BC, то $b + c < 2a$.
б) Найдите длину той части средней линии трапеции $ABCD$, которая находится внутри окружности, если $c = 12$, $b = 6$, $a = 10$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x-1|+|x+1|-4)^2+(|y-1|+|y+1|-2)^2=4, \\ ay=x+5 \end{cases}$$

имеет одно или два решения.

19 Дано четырёхзначное число $\overline{abcd}$, где a, b, c и d — соответственно цифры разрядов тысяч, сотен, десятков и единиц, причём $a \neq 0$.

а) Может ли произведение $a \cdot b \cdot c \cdot d$ быть больше суммы $a + b + c + d$ в 5 раз?
б) Цифры a, b, c и d попарно различны. Сколько существует различных чисел $\overline{abcd}$ таких, что $a \cdot b \cdot c \cdot d > a + b + c + d$?
в) Известно, что $a \cdot b \cdot c \cdot d = k(a + b + c + d)$, где k — двузначное число. При каком наибольшем значении $\overline{abcd}$ число k будет наибольшим?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

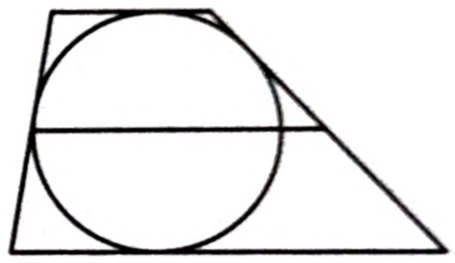
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 31

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 7 и 4. Найдите среднюю линию трапеции.

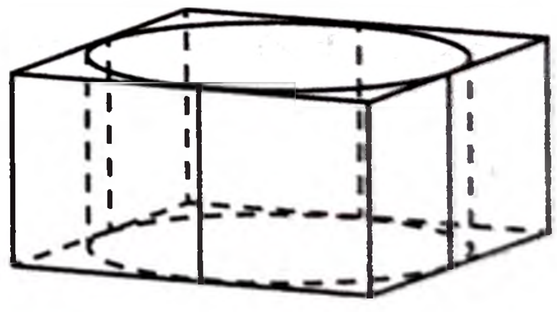


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(6;\,-1)$, $\vec{b}\,(-5;\,-2)$ и $\vec{c}\,(-3;\,5)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

Ответ: _____.

3 Цилиндр вписан в прямоугольный параллелепипед. Радиус основания и высота цилиндра равны 8. Найдите объём параллелепипеда.



Ответ: _____.

4 Вероятность того, что на тестировании по физике учащийся К. верно решит больше 9 задач, равна 0,79. Вероятность того, что К. верно решит больше 8 задач, равна 0,85. Найдите вероятность того, что К. верно решит ровно 9 задач.

Ответ: _____.

5 При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,93. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\log_3(5-2x)=\log_3(1-4x)+1$.

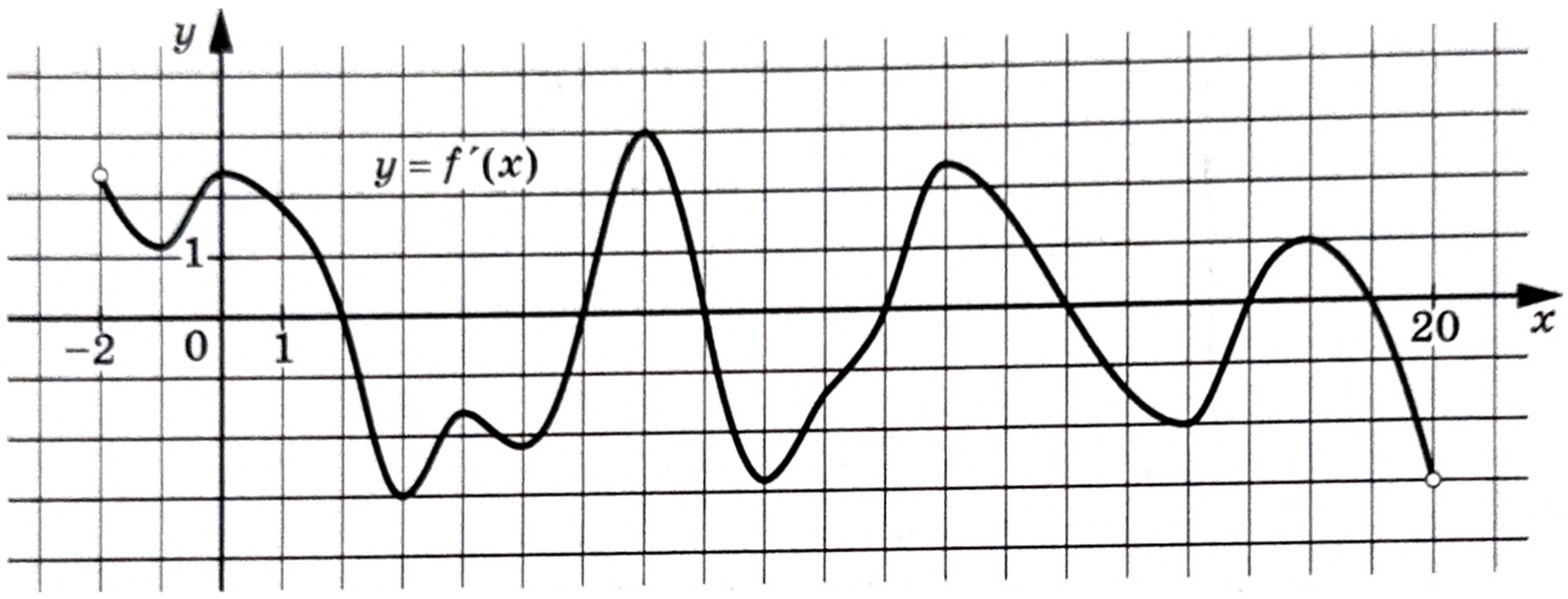
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\sin 126^\circ}{4\sin 63^\circ\cdot\sin 27^\circ}$.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;\ 20)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[1;\ 15]$.



Ответ: _____.

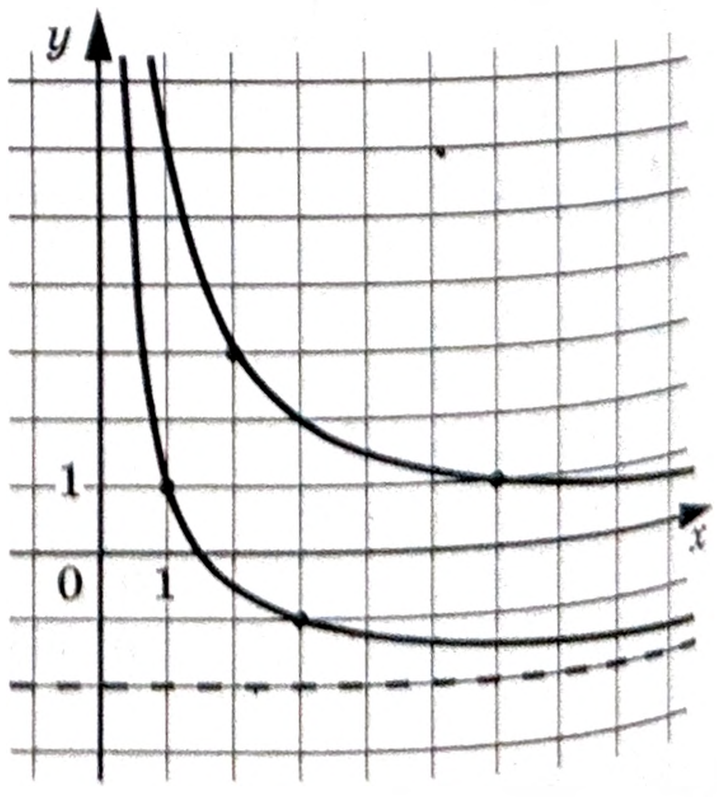
9 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 1{,}3122 \cdot 10^7$ Па $\cdot$ м^4, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p, равном $1{,}25 \cdot 10^6$ Па.

Ответ: _____.

10 Моторная лодка прошла против течения реки 96 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 10 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены части графиков функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = \frac{c}{x} + d$. Найдите ординату точки пересечения графиков этих функций.



Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x\sqrt{x} - 27x + 6$ на отрезке $[1; 422]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos(-x) - 3 = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с бóльшим основанием AD. Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α, если $AD = 9$, $BC = 7$, $SO = 6$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD.

15 Решите неравенство $4^x + \frac{112}{4^x - 32} \leq 0$.

16 В июле 2027 года планируется взять кредит на три года в размере 1200 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– платежи в 2028 и 2029 годах должны быть равными;
– к июлю 2030 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2030 году составит 673,2 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2028 года?

shor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL : AC = AB : BC$.
б) Найдите EL, если $AC = 21$, $\operatorname{tg} \angle BCA = 0{,}4$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(a-x)^2 + 4a + 1 = (2x+1)^2 - 8|x|$$

имеет четыре различных корня.

19 Есть три коробки: в первой коробке 112 камней, во второй — 99, а третья — пустая. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 103 камня, во второй — 99, а в третьей — 9?
б) Могло ли в третьей коробке оказаться 211 камней?
в) Во второй коробке оказалось 4 камня. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

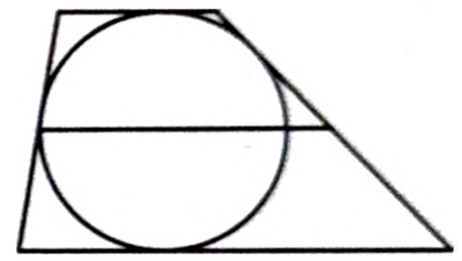
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 32

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 30. Найдите длину её средней линии.

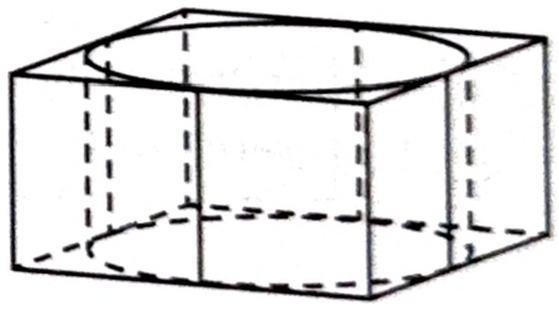


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(2;\,-5)$, $\vec{b}\,(6;\,3)$ и $\vec{c}\,(4;\,7)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$.

Ответ: _____.

3 Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 18,5. Объём параллелепипеда равен 5476. Найдите высоту цилиндра.



Ответ: _____.

4 Вероятность того, что на тестировании по химии учащийся П. верно решит больше 10 задач, равна 0,63. Вероятность того, что П. верно решит больше 9 задач, равна 0,75. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 10 задач.

Ответ: _____.

5 При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,97. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,94. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения $\log_4(7+6x)=\log_4(1+x)+2$.

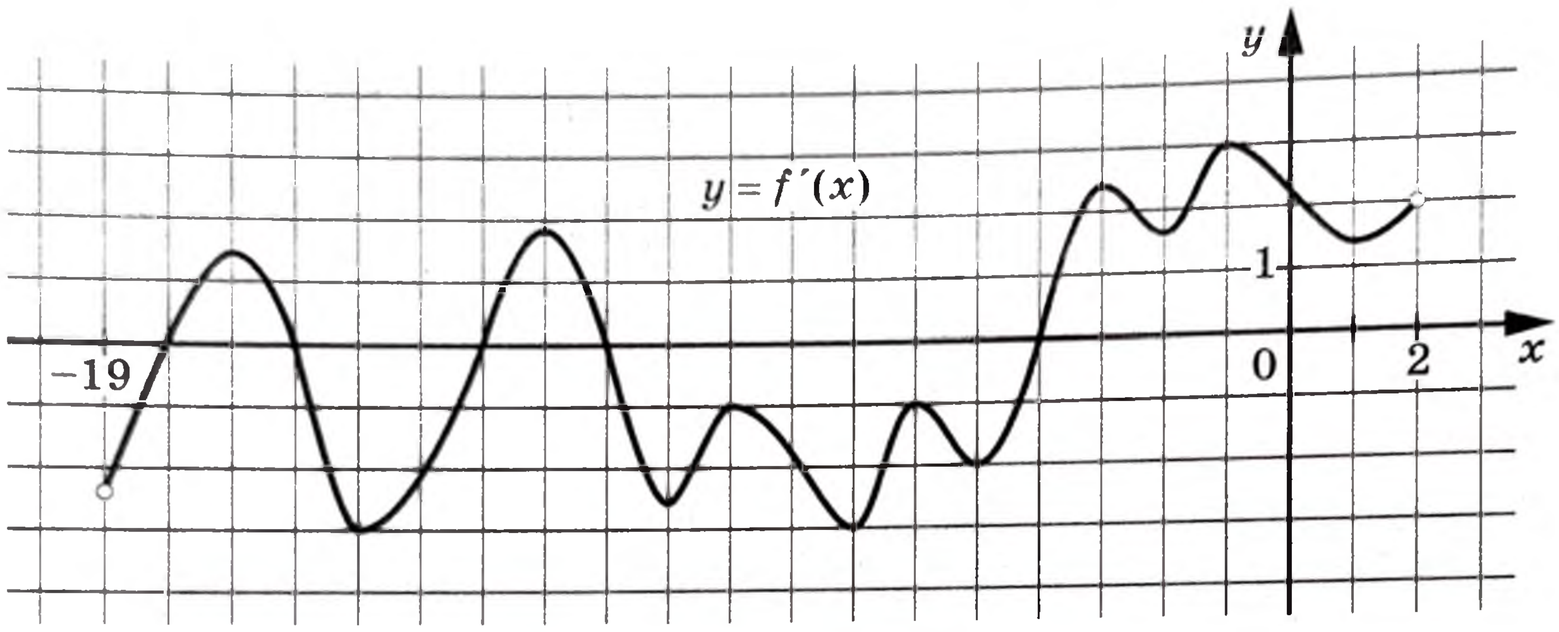
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{2\cos 20^\circ\cdot\cos 70^\circ}{5\sin 40^\circ}$.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-19;\ 2)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-14;\ 0]$.



Ответ: _____.

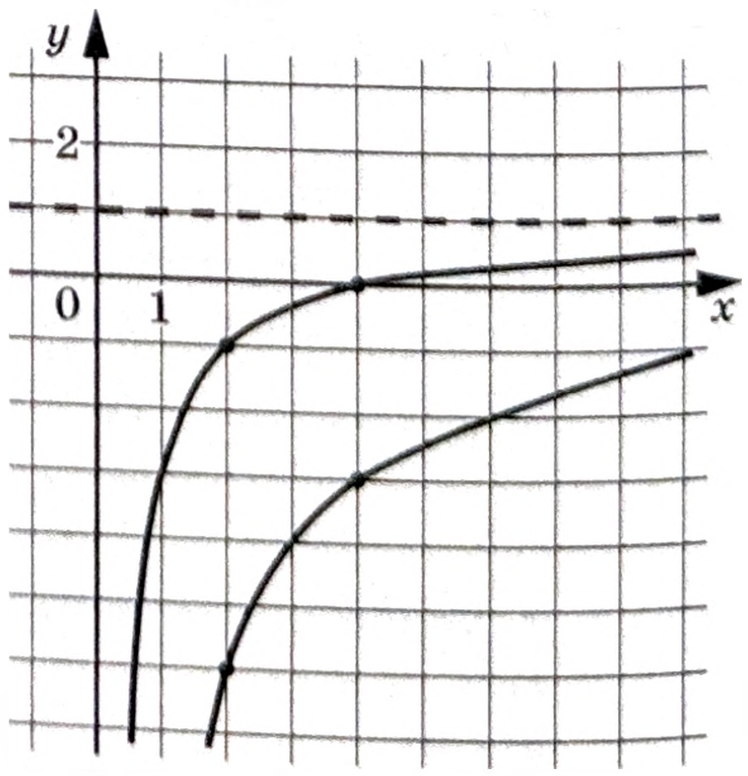
9 При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 8{,}1 \cdot 10^4$ Па $\cdot$ м^4, где p — давление в газе в паскалях, V — объём газа в кубических метрах, $k = \frac{4}{3}$. Найдите, какой объём V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p, равном $6{,}25 \cdot 10^5$ Па.

Ответ: _____.

10 Моторная лодка прошла против течения реки 247 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображены части графиков функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = \frac{c}{x} + d$. Найдите абсциссу точки пересечения графиков этих функций.



Ответ: _____.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

12 Найдите точку максимума функции $y=15+21x-4x\sqrt{x}$.

Ответ: _____.

> ***Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.***
> ***Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.***

Часть 2

> ***Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.***

13 а) Решите уравнение $\sin 2x-2\sin(-x)=1+\cos(-x)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2};\ -2\pi\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с бóльшим основанием AD. Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.
б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α, если $AD=8{,}5$, $BC=7{,}5$, $SO=6{,}5$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD.

15 Решите неравенство $5^x-10\geq\frac{225}{5^x-10}$.

16 В июле 2027 года планируется взять кредит на 3 года в размере 600 тыс. рублей. Условия возврата таковы:

– каждый январь действия кредита долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в 2028 и 2029 годах платежи по кредиту равные;
– в 2030 году выплачивается остаток по кредиту.

Найдите платёж 2029 года, если общие выплаты по кредиту составили 733,5 тыс. рублей.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AB : AL = BC : AC$.
б) Найдите EL, если $AC = 24$, $\operatorname{tg} \angle BCA = 0{,}6$.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$2a^2 + 3ax - 2x^2 - 8a - 6x + 10|x| = 0$$

имеет четыре различных корня.

19 Есть три коробки: в первой коробке 95 камней, во второй — 104, а третья — пустая. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в третьей коробке оказаться 199 камней?
б) Могло ли в первой коробке оказаться 100 камней, во второй — 50, а в третьей — 49?
в) В первой коробке оказалось 2 камня. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

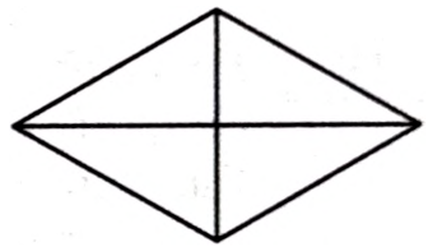
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 33

Часть 1

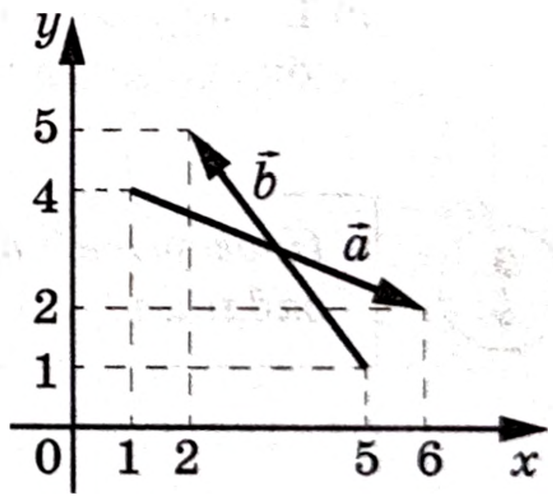
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Площадь ромба равна 10. Одна из его диагоналей равна 8. Найдите другую диагональ.



Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: _____.

sbor25.me

3 Длина окружности основания цилиндра равна 5, высота равна 6. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Ответ: _____.

4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,83. Вероятность того, что окажется меньше 10 пассажиров, равна 0,46. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 10 до 20 включительно.

Ответ: _____.

5 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Биолог» выиграет жребий ровно два раза.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

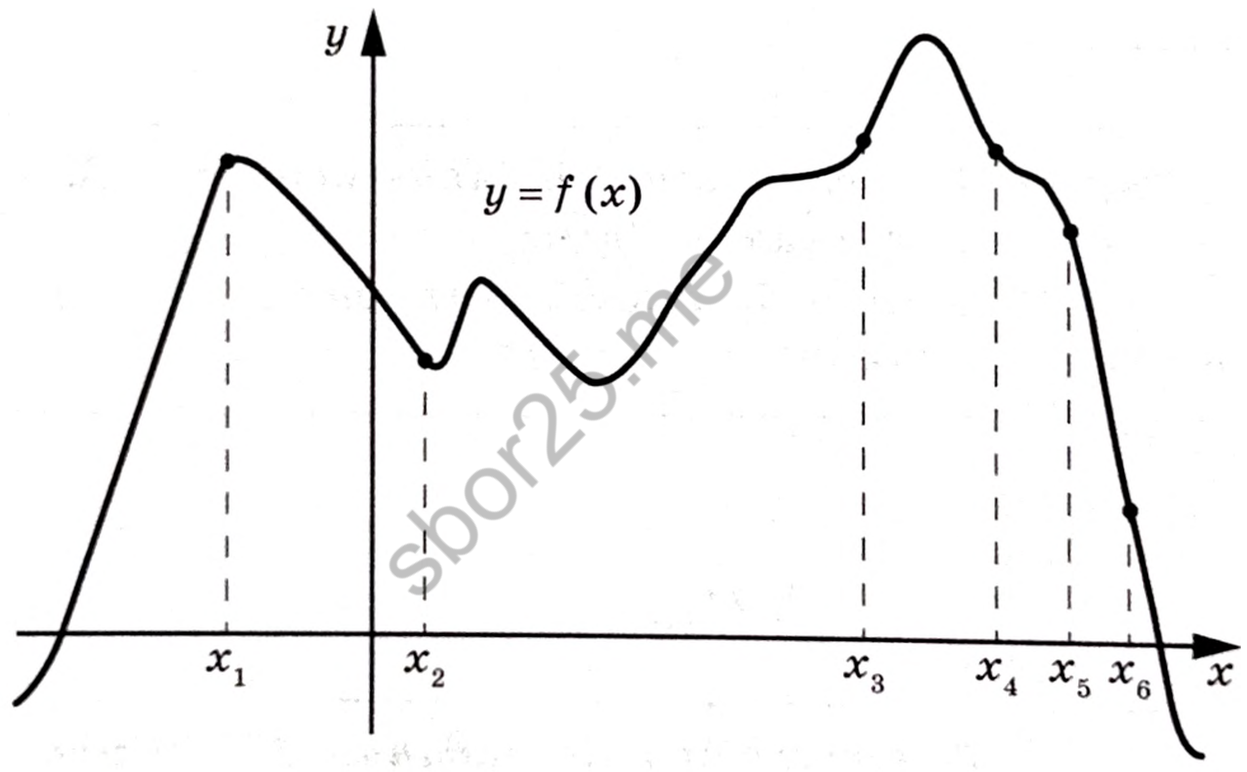
6 Решите уравнение $\cos\dfrac{\pi(2x-6)}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\dfrac{4^{4,75}}{8^{2,5}}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено шесть точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ: _____.

9 Наблюдатель находится на высоте h, выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l=\sqrt{\dfrac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 25,6 километра? Ответ дайте в метрах.

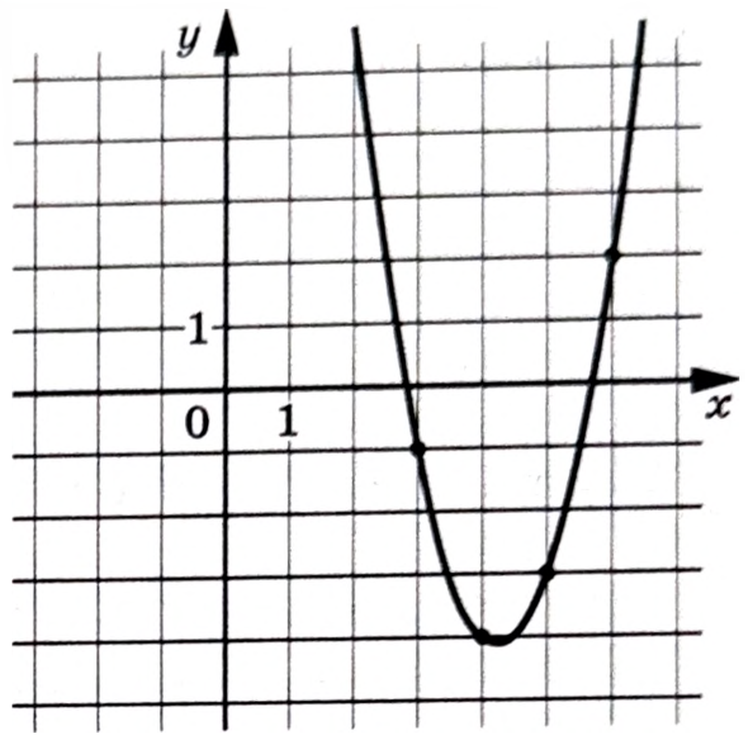
Ответ: _____.

10 Заказ на изготовление 238 деталей первый рабочий выполняет на 3 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 3 детали больше?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx+c$. Найдите c.



Ответ: _____.

12 Найдите наибольшее значение функции $y=\ln(x+18)^{12}-12x$ на отрезке $[-17{,}5;\ 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $4^{x+\sqrt{x}-1,5}+3\cdot 4^{x-\sqrt{x}+1,5}-4^{x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2;\ 6]$.

14 В прямой пятиугольной призме $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ высота AA_1 равна $3\sqrt{5}$, $BC=CD=6$, а четырёхугольник $ABDE$ — прямоугольник со сторонами $AB=5$ и $AE=4\sqrt{5}$.

а) Докажите, что плоскости CA_1E_1 и AED_1 перпендикулярны.
б) Найдите объём многогранника $CAED_1B_1$.

15 Решите неравенство $\log_{\lg 3,2}\left(\log_3\left(9-x^2\right)\right)\geq 0$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июле Максим планирует взять кредит в банке на некоторую сумму. Банк предложил Максиму два варианта кредитования.

1-й вариант:
- кредит предоставляется на 3 года;
- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 20 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого года действия кредита выплачиваются равные суммы, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.

2-й вариант:
- кредит предоставляется на 2 года;
- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 24 %;
- в период с февраля по июнь каждого года действия кредита выплачиваются равные суммы, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.

Когда Максим подсчитал, то выяснил, что по 1-му варианту кредитования ему придётся выплачивать на 373 600 рублей больше, чем по 2-му варианту. Какую сумму Максим планирует взять в кредит?

17 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $BC = 7$ и $AB = CD = 20$ вписан в окружность радиусом $R = 16$.

а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
б) Найдите AD.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{\log_{0,4}\left(6x^2-13x+5ax-6a^2-13a+6\right)}{\sqrt{2x-3a+4}}=0$$

имеет единственный корень.

19 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 7 раз больше, либо в 7 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 9177.

а) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
б) Может ли последовательность состоять из пяти членов?
в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

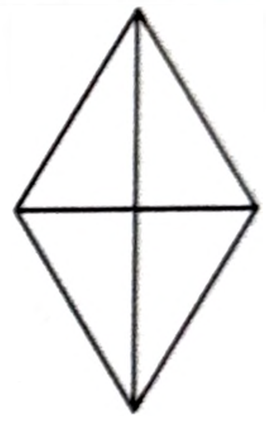
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 34

Часть 1

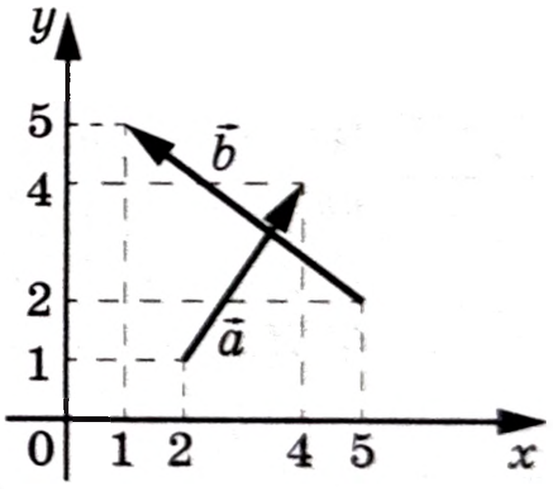
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Площадь ромба равна 9. Одна из его диагоналей в 8 раз больше другой. Найдите меньшую диагональ.



Ответ: _____.

2 На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: _____.

sbor25.me

3 Длина окружности основания конуса равна 6, образующая равна 4. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Ответ: _____.

4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 18 пассажиров, равна 0,9. Вероятность того, что окажется меньше 9 пассажиров, равна 0,66. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 9 до 17 включительно.

Ответ: _____.

5 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Ротор», «Мотор» и «Монтёр». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую игру.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

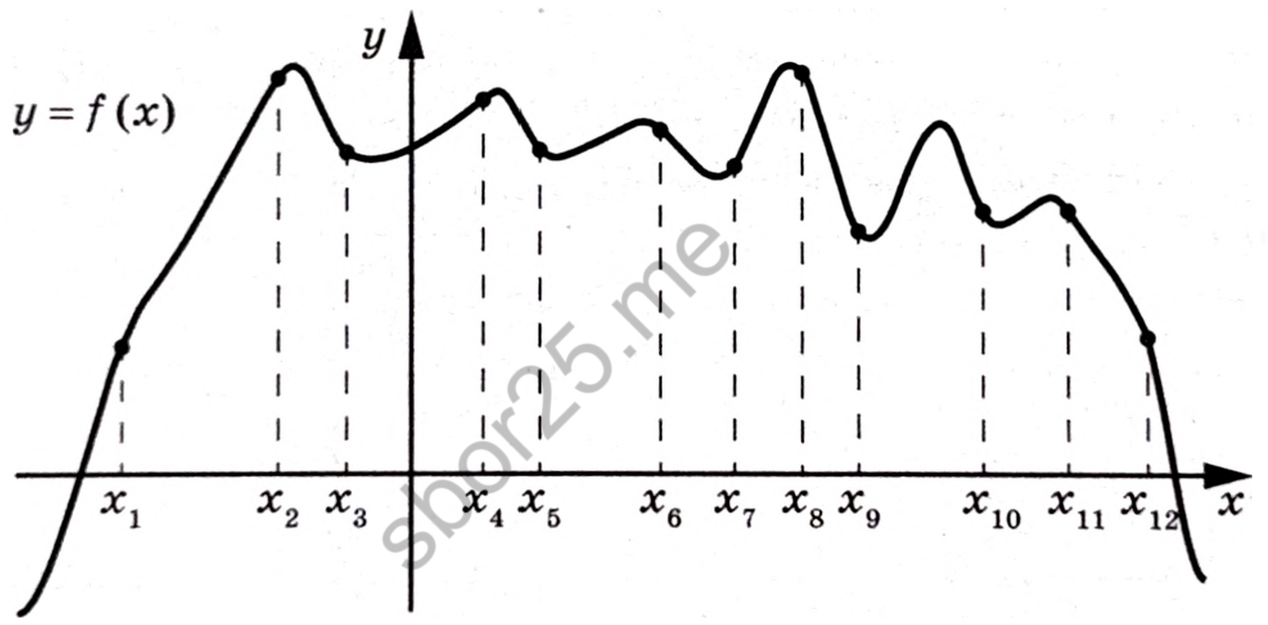
6 Решите уравнение $\cos\frac{\pi(8x+8)}{3}=\frac{1}{2}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{125^{3,2}}{25^{3,3}}$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y=f(x)$. На оси абсцисс отмечено двенадцать точек: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

9 Наблюдатель находится на высоте h, выраженной в метрах. Расстояние от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта, выраженное в километрах, вычисляется по формуле $l=\sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 60 километров? Ответ дайте в метрах.

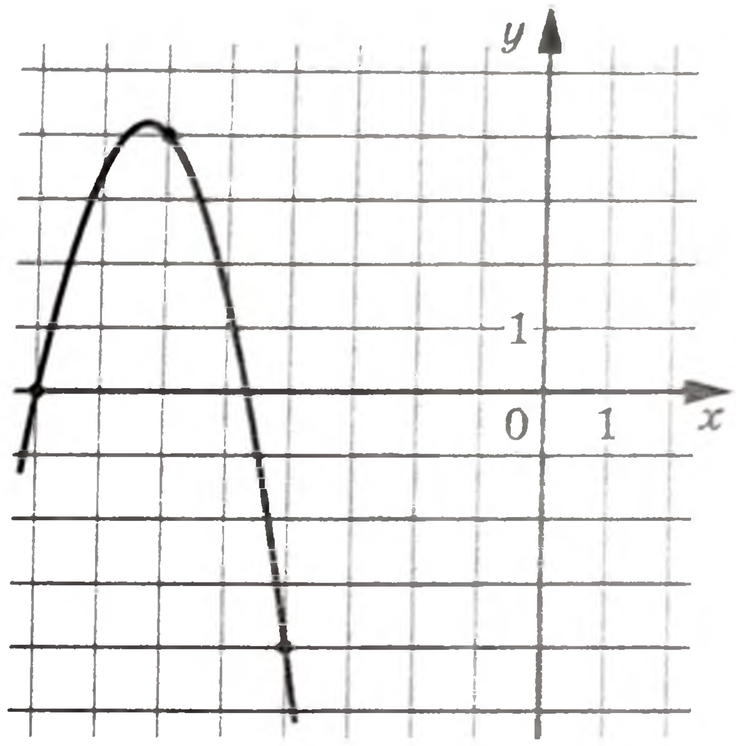
Ответ: _____.

10 Заказ на изготовление 216 деталей первый рабочий выполняет на 6 часов быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 6 деталей больше второго?

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=ax^2+bx+c$. Найдите ординату точки пересечения графика функции $y=f(x)$ с осью ординат.



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y=10x-\ln(x+11)+3$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

stor25.me

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $5^{x+\sqrt{x}-1}+6\cdot5^{x-\sqrt{x}+1}-5^{x+1}=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[1;\ 2{,}56]$.

14 В прямой пятиугольной призме $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ высота равна $2\sqrt{3}$, треугольник BCD — правильный, со стороной 6, а четырёхугольник $ABDE$ — равнобедренная трапеция со сторонами $AB=DE=2$, $BD=6$ и $AE=4$.

а) Докажите, что плоскости CA_1E_1 и AED_1 перпендикулярны.
б) Найдите объём многогранника $CAED_1B_1$.

15 Решите неравенство $\log_{\operatorname{tg}0{,}9}\left(\log_{\frac{1}{4}}\left(x^2-2\right)\right)\le 0$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июле Борис планирует взять кредит в банке на некоторую сумму. Банк предложил Борису два варианта кредитования.

1-й вариант:
- кредит предоставляется на 3 года;
- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 10 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого года действия кредита выплачиваются равные суммы, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.

2-й вариант:
- кредит предоставляется на 2 года;
- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 16 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого года действия кредита выплачиваются равные суммы, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.

Когда Борис подсчитал, то выяснил, что по 1-му варианту кредитования ему придётся выплачивать на 353 740 рублей меньше, чем по 2-му варианту. Какую сумму Борис планирует взять в кредит?

17 Четырёхугольник $ABCD$ со сторонами $BC = 14$ и $AB = CD = 40$ вписан в окружность радиусом $R = 25$.

а) Докажите, что прямые BC и AD параллельны.
б) Найдите AD.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{\log_{0,2}\left(6x^2+16ax+7x+8a^2+2a-2\right)}{\sqrt{4-3a-2x}}=0$$

имеет единственный корень.

19 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 8 раз больше, либо в 8 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 4040.

а) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
б) Может ли последовательность состоять из четырёх членов?
в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

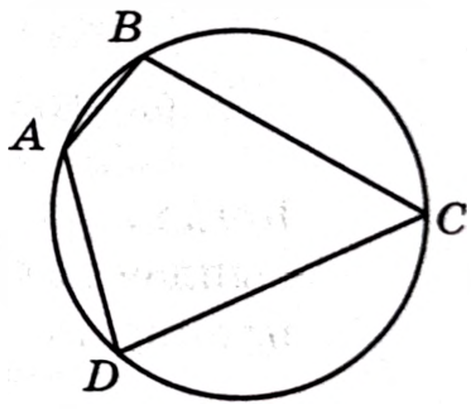
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 35

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Стороны AB, BC, CD и AD четырёхугольника $ABCD$ стягивают дуги описанной окружности, градусные величины которых равны соответственно 46°, 115°, 122°, 77°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

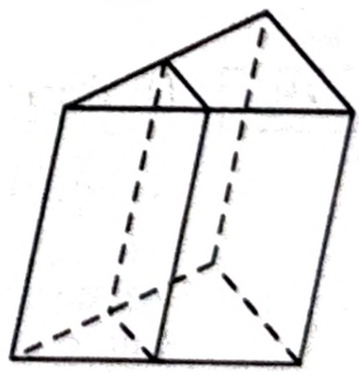


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(-1;\,3)$, $\vec{b}\,(4;\,1)$ и $\vec{c}\,(2;\,c_0)$. Найдите c_0, если $(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=0$.

Ответ: _____.

3 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: _____.

4 Вероятность того, что новый принтер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,097. В некотором городе из 1000 проданных принтеров в течение года в мастерские по гарантии поступила 101 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Ответ: _____.

5 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,03. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: _____.

6 Решите уравнение $\log_4 2^{8x+20}=8$.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[3]{6}\cdot\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{9}}$.

Ответ: _____.

8 Прямая $y = 5x - 8$ является касательной к графику функции $y = 6x^2 + bx + 16$. Найдите b, учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

Ответ: _____.

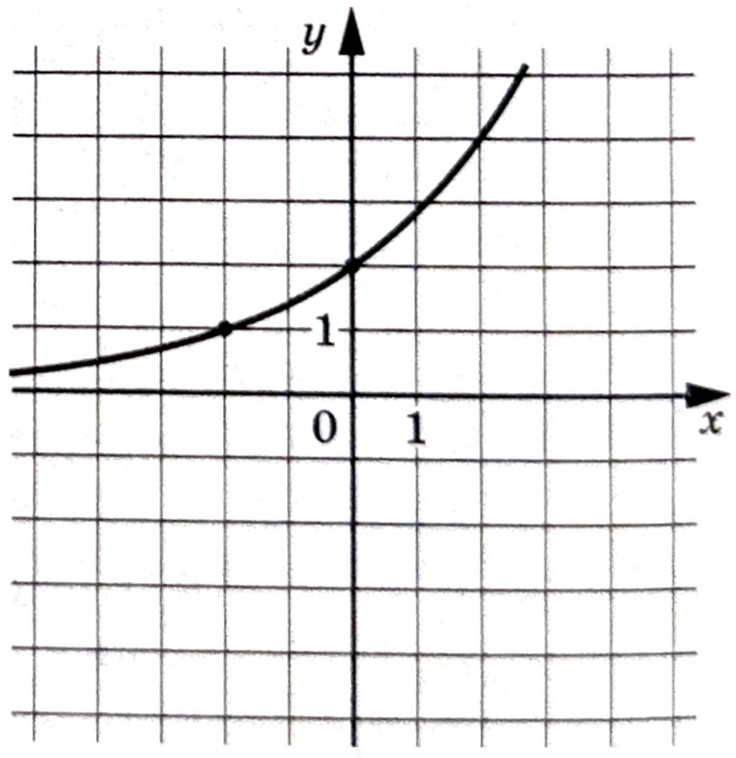
9 Двигаясь со скоростью $v = 4$ м/с, трактор тащит сани с силой $F = 90$ кН, направленной под острым углом α к горизонту. Мощность, развиваемая трактором, вычисляется по формуле $N = Fv\cos\alpha$. Найдите, при каком угле α (в градусах) эта мощность будет равна 180 кВт (кВт — это $\dfrac{\text{кН}\cdot\text{м}}{\text{с}}$).

Ответ: _____.

10 Расстояние между пристанями A и B равно 144 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 18 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x) = a^{x+2}$. Найдите $f(6)$.



Ответ: _____.

12 Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 + 18x^2 + 81x + 56$ на отрезке $[-7; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2^{5\sin 5x}+6^{1+\sin 5x}=24^{\sin 5x}+3\cdot 8^{\frac{1}{3}+\sin 5x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};\frac{7\pi}{2}\right]$.

14 В правильную треугольную пирамиду с боковым ребром $\sqrt{13}$ и стороной основания 6 вписан шар. Плоскость α перпендикулярна высоте пирамиды и проходит через её середину.

а) Докажите, что плоскость α и шар пересекаются более чем в одной точке.
б) Найдите площадь сечения шара плоскостью α.

15 Решите неравенство $\frac{\log_3^2(x-1{,}5)-1}{2^x-3}\le 0$.

16 В июне 2025 года бизнесмен Вадим Олегович планирует взять кредит в банке на 4 года. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 10 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого из 2026, 2027 и 2028 годов необходимо выплатить часть долга, причём каждый из платежей 2027 и 2028 годов в 1,5 раза больше платежа предыдущего года;
- в период с февраля по июнь 2029 года выплачивается оставшаяся сумма по кредиту, равная 3 304 840 рублям.

Найдите сумму кредита, если общие выплаты по нему составили 10 904 840 рублей.

17 В трапеции $ABCD$ с меньшим основанием BC точки E и F — середины сторон BC и AD соответственно. В каждый из четырёхугольников $ABEF$ и $ECDF$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.
б) Найдите радиус окружности, описанной около трапеции $ABCD$, если $AB=7$, а радиус окружности, вписанной в четырёхугольник $ABEF$, равен 2,5.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y^2-x=4-2a, \\ y^4+x^2=a^2-3a+4 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

19 Из k кг материала фабрика изготавливает n одинаковых деталей массой m кг каждая, причём $k = nm + q$, где q кг — остатки материала, и $q < m$. После внедрения новых технологий на фабрике начали выпускать детали нового типа, каждая из которых стала на 0,2 кг легче детали старого типа, причём из 63 кг материала деталей нового типа стали делать на две больше, чем делали деталей старого типа из 64 кг материала.

а) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 15 новых деталей будет достаточно 63 кг материала, а на 16 — уже нет?

б) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 40 новых деталей будет достаточно 63 кг материала, а на 41 — уже нет?

в) Найдите такое минимальное число n, что фабрика может выпускать n новых деталей из 80 кг материала, а $n - 1$ деталь не сможет, не нарушая условия $q < m$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

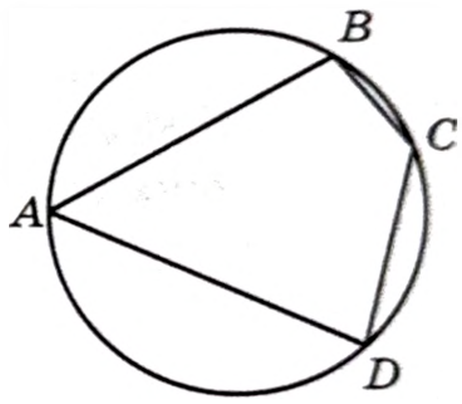
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ВАРИАНТ 36

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Точки A, B, C, D, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD и AD, градусные величины которых относятся соответственно как $12 : 4 : 7 : 13$. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

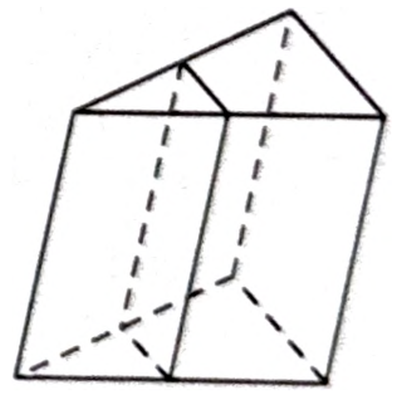


Ответ: _____.

2 Даны векторы $\vec{a}\,(2; -3)$, $\vec{b}\,(2; -1)$ и $\vec{c}\,(c_0; 3)$. Найдите c_0, если $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}\,) = 0$.

Ответ: _____.

3 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Объём отсечённой треугольной призмы равен 4,5. Найдите объём исходной призмы.



Ответ: _____.

4 Вероятность того, что новый блендер в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,06. В некотором городе из 1000 проданных блендеров в течение года в мастерские по гарантии поступило 54 штуки. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Ответ: _____.

5 Вероятность того, что батарейка бракованная, равна 0,08. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие батарейки. Найдите вероятность того, что обе батарейки окажутся исправными.

Ответ: _____.

6 Решите уравнение $\log_{27} 3^{5-4x} = 9$.

Ответ: _____.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

7 Найдите значение выражения $\dfrac{\sqrt[4]{18}\cdot\sqrt[4]{27}}{\sqrt[4]{6}}$.

Ответ: _____.

8 Прямая $y=5x-9$ является касательной к графику функции $y=20x^2-15x+c$. Найдите c.

Ответ: _____.

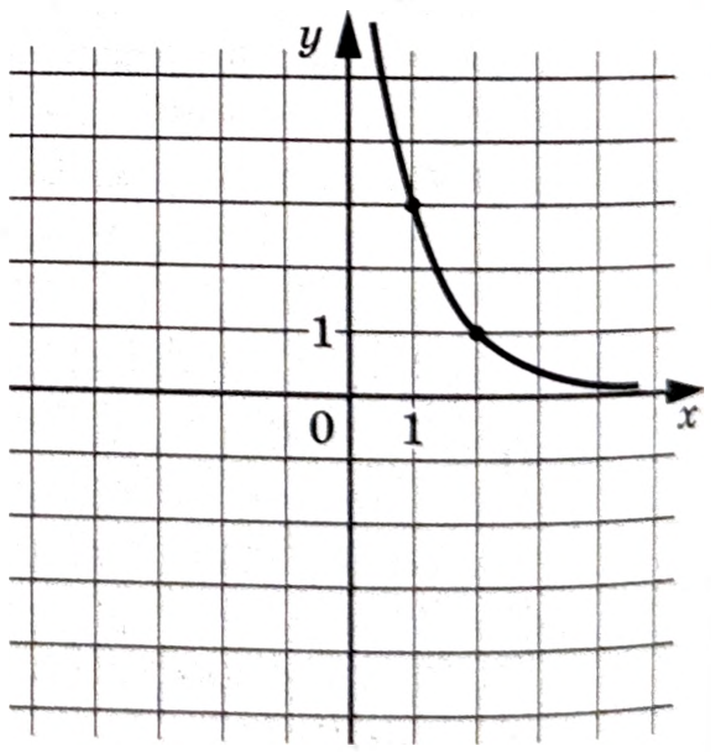
9 Мяч бросили под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полёта мяча (в секундах) определяется по формуле $t=\dfrac{2v_0\sin\alpha}{g}$. При каком значении угла α (в градусах) время полёта составит 3 секунды, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0=30$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g=10$ м/с^2.

Ответ: _____.

10 Расстояние между пристанями A и B равно 140 км. Из A в B по течению реки отправился плот, а через 1 час вслед за ним отправилась яхта, которая, прибыв в пункт B, тотчас повернула обратно и возвратилась в A. К этому времени плот проплыл 52 км. Найдите скорость яхты в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции $f(x)=a^{x-2}$. Найдите значение x, при котором $f(x)=27$.



Ответ: _____.

12 Найдите точку максимума функции $y=x^3+5{,}5x^2-42x+18$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

sbor25.ne

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $750^{\cos 3x}+6\cdot 125^{\frac{1}{3}+\cos 3x}=5^{5\cos 3x}+30^{1+\cos 3x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{4};\ -\frac{3\pi}{4}\right]$.

14 В правильную треугольную пирамиду с боковым ребром 4 и стороной основания $2\sqrt{3}$ вписан шар. Плоскость α перпендикулярна высоте пирамиды и проходит через её середину.

а) Докажите, что плоскость α и шар не имеют общих точек.
б) Найдите расстояние от центра шара до плоскости α.

15 Решите неравенство $\dfrac{16-3^x}{\log_2^2(x+1{,}5)-4}\geq 0$.

16 В июне 2025 года бизнесмен Олег Вадимович планирует взять кредит в банке на 4 года. Условия его возврата таковы:

- в январе каждого года действия кредита долг увеличивается на 20 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь каждого из 2026, 2027 и 2028 годов необходимо выплатить часть долга, причём каждый из платежей 2027 и 2028 годов в 1,6 раза больше платежа предыдущего года;
- в период с февраля по июнь 2029 года выплачивается оставшаяся сумма по кредиту, равная 1 770 240 рублям.

Найдите сумму кредита, если общие выплаты по нему составили 8 994 240 рублей.

17 В трапеции $ABCD$ с меньшим основанием BC точки E и F — середины сторон BC и AD соответственно. В каждый из четырёхугольников $ABEF$ и $ECDF$ можно вписать окружность.

а) Докажите, что трапеция $ABCD$ равнобедренная.
б) Найдите радиус окружности, описанной около трапеции $ABCD$, если $BC=16$, а радиус окружности, вписанной в четырёхугольник $ABEF$, равен 7.

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} y^2-x=2a+8, \\ y^4+x^2=a^2-5a-6 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

19 Из k кг материала фабрика изготавливает n одинаковых деталей массой m кг каждая, причём $k = nm + q$, где q кг — остатки материала, и $q < m$. После внедрения новых технологий на фабрике начали выпускать детали нового типа, каждая из которых стала на 0,1 кг легче детали старого типа, причём из 18 кг материала деталей нового типа стали делать на две больше, чем делали деталей старого типа из 21 кг материала.

а) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 50 новых деталей будет достаточно 18 кг материала, а на 51 — уже нет?

б) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 32 новых деталей будет достаточно 18 кг материала, а на 33 — уже нет?

в) Найдите все такие числа n, что фабрика может выпускать n новых деталей из 10 кг материала, не нарушая условия $q < m$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

ОТВЕТЫ

Каждое из заданий 1–12 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Вариант 1

№ задания	Ответ
1	102
2	25
3	76,5
4	0,976
5	0,15
6	5,4
7	−71
8	2
9	50
10	390
11	28
12	−3
13	а) πk, $k \in \mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) -4π, -3π, $-\frac{8\pi}{3}$
14	б) $\arccos\frac{\sqrt{10}}{5}$
15	$(\log_5 2; \log_5 8)$; $(\log_5 8; \log_3 8]$
16	5 млн рублей
17	б) $6-3\sqrt{2}$
18	$(\sqrt{13}-2; 4) \cup \{1,44\}$
19	а) нет; б) 607; в) 1066

Вариант 2

№ задания	Ответ
1	81
2	37
3	3,125
4	0,995
5	0,05
6	0,8
7	−4
8	2
9	32
10	224
11	−14
12	−1
13	а) $\frac{5\pi}{6}+2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $-\frac{5\pi}{6}+2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{2}+2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{29\pi}{6}$, $\frac{31\pi}{6}$, $\frac{11\pi}{2}$
14	б) $\arccos\frac{17}{35}$
15	$(\log_3 2; \log_3 2{,}2)$; $(\log_3 2{,}2; \log_2 5]$
16	6 млн рублей
17	б) $3\sqrt{4-2\sqrt{2}}$
18	$(2; \sqrt{13}-1)$
19	а) нет; б) 833; в) 1001

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 3

№ задания	Ответ
1	14,7
2	−32
3	2,5
4	0,16
5	0,2
6	16
7	−4,5
8	1,25
9	60
10	7
11	−2,8
12	70
13	а) $-\frac{2}{3}$; $-\frac{1}{6}\log_2 5$; б) $-\frac{2}{3}$
14	б) $\frac{94\sqrt{5}}{5}$
15	$(-\infty;-3-4\sqrt{2}]$; $(3;+\infty)$
16	6
17	б) $\sqrt{7}-\sqrt{2}$
18	$\left\{\frac{2}{3};1\right\}\cup[3;+\infty)$
19	а) да; б) да; в) −3329

Вариант 4

№ задания	Ответ
1	2,5
2	4
3	3,5
4	0,12
5	0,75
6	−10
7	−7,5
8	−0,4
9	40
10	9
11	1,9
12	0,8
13	а) $-\frac{1}{5}\log_2 5$; −0,2; б) $-\frac{1}{5}\log_2 5$; −0,2
14	б) $\frac{118\sqrt{7}}{7}$
15	$(-\infty;-2)$; $\left[2+\frac{\sqrt{2}}{4};+\infty\right)$
16	4
17	б) $\frac{5}{3}$
18	$\left(-3;\frac{-5-\sqrt{13}}{6}\right)\cup\left(\frac{-5+\sqrt{13}}{6};0\right)$
19	а) да; б) да; в) −4624

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 5

№ задания	Ответ
1	0,65
2	−0,352
3	729
4	0,35
5	0,31
6	−6
7	54
8	56
9	0,06
10	18
11	36
12	91
13	а) $-1{,}75$; $-1{,}5$; 0; б) $-1{,}5$
14	б) $\frac{\sqrt{6}}{3}$
15	$(-3;-1)$; $(1;3)$; 4
16	1,5
17	б) $\frac{15\sqrt{97}}{4}$
18	$(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$
19	а) да (144, 135); б) нет; в) 111

Вариант 6

№ задания	Ответ
1	0,92
2	0,28
3	216
4	0,44
5	0,73
6	−0,7
7	96
8	23
9	0,87
10	16
11	16
12	−14
13	а) $3\frac{1}{3}$; 6; 12; б) 6
14	б) 1,5
15	$[-5;-3)$; $(-\sqrt{3};\sqrt{3})$; $(3;+\infty)$
16	2,5
17	б) $\frac{10\sqrt{73}}{3}$
18	$\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3};1\right)\cup(1;2)\cup$ $\cup\left(2;1+\frac{\sqrt{6}}{2}\right)$
19	а) да (175); б) нет; в) $\frac{37}{27}$

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 7

№ задания	Ответ
1	132
2	−34
3	126
4	0,56
5	0,26
6	14
7	−2,5
8	1
9	380
10	102
11	−6,5
12	78
13	а) $\frac{\pi}{2}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; $2\pi p$, $p\in\mathbb{Z}$; $\pi+4\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$; б) $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, \frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, 4\pi$
14	б) $\arccos\frac{\sqrt{111}}{37}$
15	$(-4\sqrt{2};-4); (-4;-\sqrt{7}]; [\sqrt{7};4); (4;4\sqrt{2})$
16	1 440 000 рублей
17	б) $150\sqrt{3}$
18	$\left[-2-\frac{\arccos 0,6}{\pi};-2+\frac{\arccos 0,6}{\pi}\right)\cup\left(2-\frac{\arccos 0,6}{\pi};2+\frac{\arccos 0,6}{\pi}\right]$
19	а) да; б) нет; в) 880

Вариант 8

№ задания	Ответ
1	126
2	−37
3	120
4	0,65
5	0,41
6	10
7	−2
8	2
9	448
10	208
11	3,75
12	−80
13	а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{2}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{3\pi}{2}+4\pi p$, $p\in\mathbb{Z}$; б) $\pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi, \frac{5\pi}{2}, 3\pi, 4\pi$
14	б) $\arccos 0,25$
15	$(-\infty;-3); (-3;-\sqrt{6}); (\sqrt{6};3); (3;+\infty)$
16	1 900 000 рублей
17	б) 1
18	$\left(\frac{\arccos 0,4}{\pi}-4;-\frac{\arccos 0,4}{\pi}-2\right]\cup\left[2+\frac{\arccos 0,4}{\pi};4-\frac{\arccos 0,4}{\pi}\right)$
19	а) да (2001, 12, 12); б) нет; в) 385

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 9

№ задания	Ответ
1	124
2	13
3	84
4	0,17
5	2
6	−4
7	7,2
8	−3
9	45
10	30
11	32
12	2,6
13	а) $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{4}k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{12}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{12}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{35\pi}{12}$, $-\frac{23\pi}{8}$, $-\frac{21\pi}{8}$, $-\frac{31\pi}{12}$, $-\frac{19\pi}{8}$, $-\frac{17\pi}{8}$
14	б) $\operatorname{arctg}\frac{2\sqrt{3}}{3}$
15	$(-\infty;-10)$, $\left[-4\sqrt{2};-\frac{\sqrt{2}}{8}\right]$, $\left[\frac{\sqrt{2}}{8};4\sqrt{2}\right]$, $(10;+\infty)$
16	1 млн 500 тысяч рублей
17	б) $\sqrt{11}(\sqrt{5}-1)$
18	$(-\infty;0)\cup(0;6-2\sqrt{6}]\cup[6+2\sqrt{6};+\infty)$
19	а) да; б) нет; в) 12

Вариант 10

№ задания	Ответ
1	127
2	41
3	360
4	0,25
5	1,75
6	−9
7	13,5
8	−25
9	39
10	25
11	10
12	−7,5
13	а) $\frac{\pi}{8}+\frac{\pi}{4}k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{27\pi}{8}$, $-\frac{10\pi}{3}$, $-\frac{25\pi}{8}$, $-\frac{23\pi}{8}$, $-\frac{8\pi}{3}$, $-\frac{21\pi}{8}$
14	б) $\operatorname{arctg}2$
15	$[-3\sqrt{3};-3)$, $\left[-\frac{\sqrt{3}}{9};0\right)$, $\left(0;\frac{\sqrt{3}}{9}\right]$, $(3;3\sqrt{3}]$
16	1 200 000
17	б) $\frac{15\sqrt{14}}{7}$
18	$(-\infty;-6]\cup[-1,2;0)\cup(0;+\infty)$
19	а) да; б) нет; в) 10

shor25me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 11

№ задания	Ответ
1	28,8
2	30
3	144
4	0,37
5	0,096
6	0,8
7	−1
8	3
9	12500
10	18
11	−0,8
12	−13
13	а) $\pi+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+4\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{3}+4\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{3}$, -3π, $-\frac{7\pi}{3}$, $-\pi$
14	б) 1
15	$(-\infty;\ -2]\cup[4;\ +\infty)$
16	738 000 рублей
17	б) $\frac{169}{12}$
18	$\left(-\frac{7}{12};\ -\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{9}{4};\ \frac{21}{4}\right)$
19	а) да; б) 36; в) 58

Вариант 12

№ задания	Ответ
1	22,5
2	−28
3	24
4	0,35
5	0,441
6	0,6
7	−2
8	2
9	0,8
10	21
11	−0,2
12	4
13	а) $2\pi+4\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3}+4\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+4\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) 2π, $\frac{10\pi}{3}$, $\frac{14\pi}{3}$
14	б) 2:3
15	$(-3;\ 0)\cup(0;\ 1{,}5)$
16	838 750 рублей
17	б) $\frac{625}{6}$
18	$[-36;\ -18)\cup(2;\ 4]$
19	а) да; б) 26; в) 48

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 13

№ задания	Ответ
1	22
2	25
3	48
4	0,3
5	4
6	−2
7	28
8	−0,5
9	4,5
10	12
11	4
12	−6
13	а) $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}k$, $k\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{11\pi}{4}$, $-\frac{5\pi}{2}$, $-\frac{9\pi}{4}$
14	б) 60°
15	1
16	154 тысячи рублей
17	б) 77°
18	$[-3;3)$
19	а) 29; б) 580; в) 444

Вариант 14

№ задания	Ответ
1	9
2	25
3	3,24
4	0,52
5	3
6	−3
7	18
8	−4
9	4,8
10	16
11	18
12	−3
13	а) $\frac{\pi}{2}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{6}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{19\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{2}$, $\frac{23\pi}{6}$
14	б) 30°
15	$(0;1)\cup(1;+\infty)$
16	171 тысяча рублей
17	б) 65°
18	$(-7;5]$
19	а) 32; б) 520; в) 372

sbor25.mc

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 15

№ задания	Ответ
1	16
2	−4,5
3	7,5
4	0,16
5	0,91
6	−0,4
7	1
8	4
9	120
10	75
11	−11,8
12	6,25
13	а) $-2\sqrt{2}$, $-\sqrt[6]{0,5}$, $\sqrt[6]{0,5}$, $2\sqrt{2}$; б) $-\sqrt[6]{0,5}$, $\sqrt[6]{0,5}$, $2\sqrt{2}$
14	б) $\frac{56}{9}$
15	$(-\infty;\ -1]\cup[-\log_5 2;\ 0)$
16	146 000
17	б) $\frac{\sqrt{14}}{5}$
18	$(-4\sqrt{65};-\sqrt{290})\cup(-12\sqrt{2};-8\sqrt{2})\cup$ $\cup(8\sqrt{2};12\sqrt{2})\cup(\sqrt{290};4\sqrt{65})$
19	а) да; б) 12; в) (7; 1), (6; 2), (5; 3), (9; 5), (8; 6)

Вариант 16

№ задания	Ответ
1	11
2	0,4
3	7,2
4	0,175
5	0,92
6	0,2
7	1
8	2
9	60
10	72
11	−2,2
12	−0,75
13	а) $-5\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$, $5\sqrt{5}$; б) $-\sqrt{5}$, $\sqrt{5}$, $5\sqrt{5}$
14	б) 13
15	$(0;\ 1]\cup[\log_4 5;\ +\infty)$
16	344 000
17	б) $\frac{\sqrt{33}}{8}$
18	$(-\infty;-12)\cup(-8;0,5-3,8\sqrt{5})\cup$ $\cup(0,5+3,8\sqrt{5};9)\cup(13;+\infty)$
19	а) да; б) 3; в) 6

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 17

№ задания	Ответ
1	2,25
2	42
3	16
4	0,2
5	5
6	5,5
7	4
8	−7
9	2,4
10	75
11	−4
12	−1
13	а) $\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z};\ -\frac{2\pi}{3}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{8\pi}{3},\ -\frac{4\pi}{3},\ -\frac{2\pi}{3}$
14	б) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
15	$(-\infty;\ -3{,}25];\ (3;\ +\infty)$
16	16
17	б) $14\sqrt{3}$
18	−3; 1,5
19	а) да; б) нет; в) 8

Вариант 18

№ задания	Ответ
1	17,5
2	16
3	24
4	0,75
5	1,5
6	−0,25
7	8
8	−1
9	2,8
10	570
11	16
12	−7
13	а) $-\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z};\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{11\pi}{6},\ \frac{19\pi}{6},\ \frac{23\pi}{6}$
14	б) 2,5
15	(−2; 0)
16	17
17	б) $\frac{72\sqrt{3}}{5}$
18	0,5; 5
19	а) нет; б) да; в) 17

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 19

№ задания	Ответ
1	128
2	−0,96
3	12
4	0,22
5	0,53
6	−4,6
7	−1,25
8	6
9	4,5
10	15
11	−9
12	1,5
13	а) $-0{,}5$, $0{,}5$, $\frac{\log_2 6}{3}$; б) $-0{,}5$, $0{,}5$, $\frac{\log_2 6}{3}$
14	б) $4\sqrt{5}$
15	$\left(-\sqrt{6};\ \frac{1}{3}\right)$
16	1660 тыс. рублей
17	б) $4(2-\sqrt{2})$
18	$[-4-2\sqrt{3};-2)$
19	а) да; б) да (3 + 71; 33 + 4); в) 5

Вариант 20

№ задания	Ответ
1	74
2	−0,28
3	16
4	0,28
5	0,53
6	−0,2
7	−5
8	3
9	2,2
10	21
11	16
12	−9
13	а) $-0{,}8$, $\frac{\log_3 2}{3}$, $0{,}8$; б) 0,8
14	б) 4:5 <или> 5:4 <или> 0,8 <или> 1,25
15	$[-\sqrt{5}-1;-2{,}5]$
16	1 994 400 рублей
17	б) $6-2\sqrt{6}$
18	$[-16-8\sqrt{3};-8)$
19	а) да; б) да (33 + 7; 3 + 77); в) 5,75

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 21

№ задания	Ответ
1	4,8
2	112
3	525
4	0,28
5	0,29
6	7,5
7	512
8	−7
9	350
10	23
11	9,5
12	−6
13	а) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{5\pi}{2}$; $\frac{8\pi}{3}$; $\frac{7\pi}{2}$
14	б) $\frac{3\sqrt{37}}{2}$
15	$[0;\ 4)$
16	429 тыс. рублей
17	б) $6\sqrt{2}$
18	$-12 < a \le -10$; $a = -9$; $a = 15$
19	а) да; б) нет; в) 25

Вариант 22

№ задания	Ответ
1	6
2	−60
3	3,6
4	0,35
5	0,38
6	124,2
7	0,2
8	−13
9	200
10	12
11	−15,5
12	16
13	а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) -2π; $-\frac{4\pi}{3}$; $-\pi$
14	б) $\frac{9\sqrt{101}}{10}$
15	$[0;\ 16)$
16	380 тыс. рублей
17	б) $6\sqrt{6}$
18	$-25 < a \le -21$; $a = -16$; $a = 24$
19	а) да; б) нет; в) 28

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 23

№ задания	Ответ
1	18
2	−4,5
3	76
4	0,125
5	10,5
6	−1
7	0,04
8	6
9	4,5
10	24
11	2,25
12	−6
13	а) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{7\pi}{2}$; $-\frac{8\pi}{3}$; $-\frac{5\pi}{2}$
14	б) $\arcsin\frac{5}{24}$
15	$\left[-0{,}5;\ \frac{\sqrt{513}-5}{4}\right]$
16	897 тыс. рублей
17	б) 270
18	$a\in(-2;0)\cup(0;2)$
19	а) да (например, число 729); б) нет; в) 32

Вариант 24

№ задания	Ответ
1	39
2	6,5
3	37,5
4	0,1
5	1,75
6	−2
7	27,9
8	7
9	2,5
10	7
11	19
12	−5
13	а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) 5π; $\frac{35\pi}{6}$; 6π
14	б) $\arcsin\frac{\sqrt{5}}{5}$
15	$\left(-\infty;\ \frac{1-3\sqrt{217}}{4}\right]\cup\left[-\frac{28}{53};\ -0{,}5\right)\cup\left(-0{,}5;\ -\frac{26}{55}\right]$
16	340 000 рублей
17	б) $166\frac{2}{3}$
18	$a\in(-3;0)\cup(0;3)$
19	а) да (например, число 144); б) да (например, число 960); в) 720, 840

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 25

№ задания	Ответ
1	120
2	5
3	8,5
4	0,992
5	0,175
6	−0,5
7	4
8	7
9	2
10	12
11	125
12	−85
13	а) $-2,5;\ -1,5;\ -\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $-2,5;\ -\frac{5\pi}{4}$
14	б) 441
15	$[4-8\sqrt{2};\ 3,5]\cup[4,5;\ 4+8\sqrt{2}]$
16	3,4 млн рублей
17	б) 0,28
18	$-\frac{35}{12}<a\le -0,25;\ 0,25\le a<\frac{35}{12}$
19	а) да (например, 27, 45 и 75); б) 18; в) 60

Вариант 26

№ задания	Ответ
1	6
2	13
3	84
4	0,0625
5	0,24
6	−3
7	0,4
8	−6
9	17,5
10	16
11	−3
12	12,25
13	а) $1,5;\ 6;\ \frac{\pi}{12}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z};\ \frac{5\pi}{12}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; б) $6;\ \frac{13\pi}{12};\ \frac{17\pi}{12}$
14	б) 63
15	$(-\infty;\ -5-25\sqrt{5}]\cup[-5,2;\ -5)\cup\cup(-5;\ -4,8]\cup[25\sqrt{5}-5;\ +\infty)$
16	2,6 млн рублей
17	б) −0,296
18	$a\in\left[-1;\frac{10\sqrt{30}-63}{51}\right)\cup\left(\frac{63-10\sqrt{30}}{51};1\right]$
19	а) да (например, 24, 36 и 54); б) 20; в) 30

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 27

№ задания	Ответ
1	48
2	−21
3	16,5
4	0,85
5	0,355
6	507
7	−3
8	9
9	12 000
10	11
11	7,5
12	−2
13	а) 1; $\log_{1,2}2$; б) 1; $\log_{1,2}2$
14	б) 12,5
15	$[5; 21); [31; +\infty)$
16	13,5
17	б) $24\sqrt{2}$
18	$a=-2-2\sqrt{2}$; $\frac{2}{3}\le a<2$
19	а) да; б) нет; в) 67, 89, 100, 111, 122, 133

Вариант 28

№ задания	Ответ
1	96
2	15
3	3,5
4	0,15
5	0,35
6	−65 534
7	81
8	5
9	10 000
10	10
11	−0,4
12	0,5
13	а) −1; $\log_{1,25}0,6$; б) −1; $\log_{1,25}0,6$
14	б) 25
15	[9; 16)
16	10,5
17	б) 30
18	$-\frac{1}{5}\le a<-\frac{1}{8}$; $a=\frac{3\sqrt{2}-1}{2}$
19	а) да; б) нет; в) 82, 89, 96, 103, 110, 117, 124, 131, 138, 152, 159, 166, 173

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 29

№ задания	Ответ
1	7,5
2	−0,8
3	6
4	0,28
5	0,15
6	−0,5
7	25
8	9
9	87,5
10	42
11	2,12
12	−6
13	а) $\frac{\pi}{6}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{4}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{3\pi}{4}+2\pi p$, $p\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; $-\frac{13\pi}{4}$
14	б) 4
15	$[1{,}5\log_6 5-2{,}5;\ 2{,}5-1{,}5\log_6 5]$
16	12
17	б) $2\sqrt{21}$
18	$a\in\left[-\frac{5}{31};\ 3\right)\cup\{4\sqrt{2}-1\}$
19	а) да (например, число 1236); б) 1512; в) 5889 ($k=96$)

Вариант 30

№ задания	Ответ
1	48
2	−0,6
3	24
4	0,16
5	0,8125
6	−2
7	12
8	1
9	87,5
10	17
11	−7
12	3
13	а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) 3π; $\frac{19\pi}{6}$; $\frac{23\pi}{6}$; 4π; $\frac{25\pi}{6}$
14	б) 20
15	$\left[-\frac{9}{4}-\log_2 3;\ \frac{9}{4}+\log_2 3\right]$
16	975 000 рублей
17	б) $\sqrt{77}$
18	$-3\frac{3}{7}<a\le-\frac{4}{3}$; $\frac{4}{3}\le a<3\frac{3}{7}$
19	а) да (например, число 2235); б) 3024; в) 9885 ($k=96$)

shor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 31

№ задания	Ответ
1	5,5
2	10
3	2048
4	0,06
5	0,89
6	−0,2
7	0,5
8	5
9	5,832
10	2
11	−4
12	−2910
13	а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $\frac{8\pi}{3}$; 3π; $\frac{10\pi}{3}$
14	б) 24
15	$(-\infty;\ 1]\cup[\log_4 28;\ 2{,}5)$
16	400 тыс. рублей
17	б) 14,2
18	$(-4;\ -3)\cup(-3;\ -1)\cup(-1;\ 0)$
19	а) да; б) нет; в) 205

Вариант 32

№ задания	Ответ
1	7,5
2	17
3	4
4	0,12
5	0,91
6	−0,9
7	0,2
8	1
9	0,216
10	16
11	−8
12	12,25
13	а) $\pi+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{6}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{6}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; б) $-\frac{19\pi}{6}$; -3π
14	б) 26
15	$(-\infty;\ \log_5 10)\cup[2;\ +\infty)$
16	210 тыс. рублей
17	б) 29,7
18	$(0;\ 0{,}8)\cup(0{,}8;\ 3{,}2)\cup(3{,}2;\ 4)$
19	а) да; б) нет; в) 195

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 33

№ задания	Ответ
1	2,5
2	–23
3	30
4	0,37
5	0,375
6	–2,5
7	4
8	2
9	51,2
10	14
11	32
12	204
13	а) 2,25; $\log_4^2 24$; б) 2,25; $\log_4^2 24$
14	б) 180
15	$(-\sqrt{8}; -\sqrt{6}]\cup[\sqrt{6}; \sqrt{8})$
16	7,28 млн рублей
17	б) 32
18	$\left\{-\frac{7}{13}\right\}\cup\left[\frac{5}{6}; \frac{22}{5}\right)$
19	а) да; б) да; в) 2295

Вариант 34

№ задания	Ответ
1	1,5
2	1
3	12
4	0,24
5	0,125
6	0,375
7	125
8	8
9	281,25
10	18
11	–56
12	–10,9
13	а) $\log_5^2 10$; $\log_5^2 15$; б) $\log_5^2 10$
14	б) 40
15	$(-\sqrt{3}; -1{,}5]\cup[1{,}5; \sqrt{3})$
16	8 937 тыс. рублей
17	42,16
18	$(-\infty; -7]\cup[2; +\infty)\cup\left\{-\frac{11}{8}\right\}$
19	а) да; б) нет; в) 897

sbor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Вариант 35

№ задания	Ответ
1	99,5
2	–1,5
3	12
4	0,004 <или> –0,004
5	0,9409
6	–0,5
7	2
8	–19
9	60
10	17
11	16
12	–52
13	а) $\frac{\pi}{5}n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $\frac{13\pi}{5}$; $\frac{14\pi}{5}$; 3π; $\frac{16\pi}{5}$; $\frac{17\pi}{5}$
14	б) $(2\sqrt{3}-3{,}25)\pi$
15	$(1{,}5;\ \log_2 3)\cup\left[1\frac{5}{6};\ 4{,}5\right]$
16	8,4 млн рублей
17	б) 9,1
18	$\{1\}\cup\left(\frac{4}{3};\ 3\right)$
19	а) нет; б) нет; в) 27

Вариант 36

№ задания	Ответ
1	55
2	–5
3	18
4	0,006 <или> –0,006
5	0,8464
6	–5,5
7	3
8	–4
9	30
10	24
11	–1
12	–6
13	а) $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{3}n$, $n \in \mathbb{Z}$; б) $-\frac{3\pi}{2}$; $-\frac{7\pi}{6}$; $-\frac{5\pi}{6}$
14	б) $\frac{7\sqrt{3}-\sqrt{39}}{6}$
15	$(-1{,}5;\ -1{,}25)\cup(2{,}5;\ \log_3 16]$
16	5,65 млн рублей
17	б) $\frac{25\sqrt{1073}}{7}$
18	$\left(-\frac{7}{3};\ -2\right)$
19	а) нет; б) нет; в) 20, 21, 22, 23, 24

sdor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ЗАДАНИЙ ЧАСТИ 2

Количество баллов, выставляемых за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Вариант 1

13 а) Решите уравнение $\sqrt{2\cos^3 x-\sin^2 x-2\cos x-\sin x}=\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sqrt{2\cos^3 x+\cos^2 x-2\cos x-\sin x-1}=\sqrt{-\sin x}\ .$$

При условии $\sin x\le 0$ получаем:

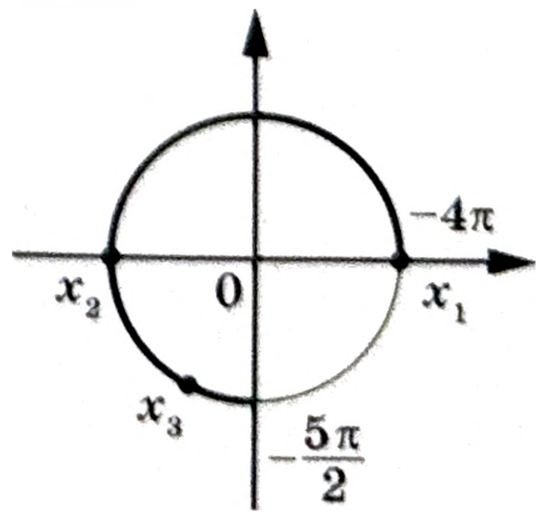
$$2\cos^3 x+\cos^2 x-2\cos x-\sin x-1=-\sin x;$$

$$2\cos^3 x+\cos^2 x-2\cos x-1=0;\ \left(\cos^2 x-1\right)(2\cos x+1)=0,$$

откуда $\cos^2 x=1$ или $\cos x=-\frac{1}{2}$.

Значит (при условии $\sin x\le 0$), $x=\pi k$, где $k\in\mathbb{Z}$ или $x=-\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, где $n\in\mathbb{Z}$.

б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi;-\frac{5\pi}{2}\right]$.



Получим:

$x_1=-4\pi$;

$x_2=-4\pi+\pi=-3\pi$;

$x_3=x_2+\frac{\pi}{3}=-3\pi+\frac{\pi}{3}=-\frac{8\pi}{3}$.

Ответ: а) πk, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

б) -4π, -3π, $-\frac{8\pi}{3}$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Замечание. Отбор корней может быть произведён и любым другим способом: с помощью графика, решением линейных неравенств и т. п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

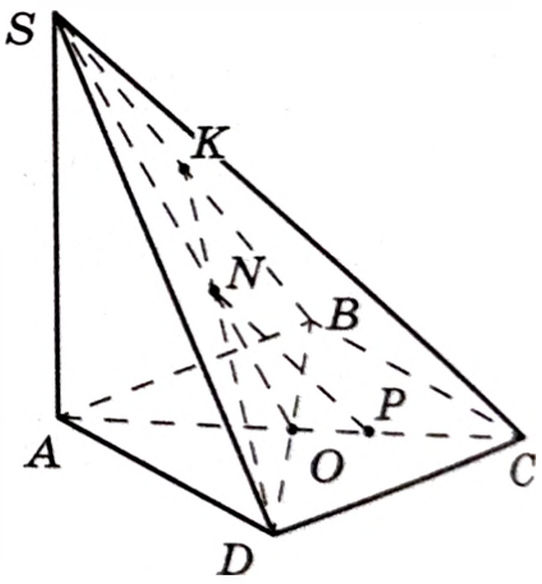
14 В пирамиде $SABCD$ с высотой SA основанием является квадрат $ABCD$, точка K — середина ребра SB. Прямая DK пересекается с плоскостью SAC в точке N.

а) Докажите, что прямая a, проходящая через точку N параллельно прямой SC, делит диагональ основания AC в отношении $1:2$.

б) Найдите угол между прямыми DK и SC, если $AB=2\sqrt{3}$, $SA=6$.

Решение.

а) В треугольнике BSD отрезки DK и SO являются медианами, а точка N — точка пересечения медиан. Значит, $ON:NS=1:2$.



Обозначим пересечение прямой a с прямой AC точкой P. Прямые a и SC параллельны, значит, по теореме Фалеса (для угла SOC) получаем: $OP:PC=ON:NS=1:2$, откуда $CP:PA=2PO:4PO=1:2$.

б) Прямые SC и NP параллельны, значит, угол между прямыми DK и SC равен углу между прямыми DK и NP, то есть равен углу PND (или смежному с ним).

Точка N_1 — проекция точки N на плоскость ABC.

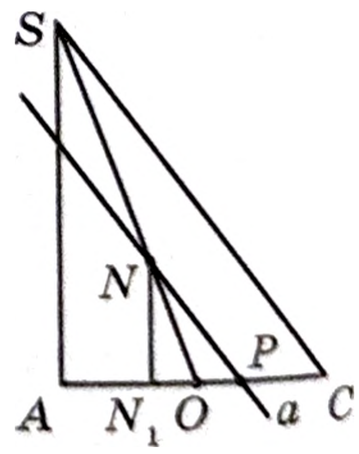
$$NN_1=\frac{ON}{OS}\cdot AS=\frac{AS}{3};\ ON_1=\frac{ON}{OS}\cdot OA=\frac{AO}{3}.$$

Получили:

$$NP=\sqrt{NN_1^2+N_1P^2}=\sqrt{\left(\frac{AS}{3}\right)^2+\left(\frac{AC}{3}\right)^2}=\frac{\sqrt{60}}{3};$$

$$DP=\sqrt{DO^2+OP^2}=\sqrt{DO^2+\frac{DO^2}{9}}=\frac{\sqrt{60}}{3}$$

$$ND=\sqrt{NO^2+OD^2}=\sqrt{\frac{SO^2}{9}+OD^2}=\sqrt{\frac{AS^2}{9}+\frac{10\cdot OD^2}{9}}=\frac{4\sqrt{6}}{3}.$$



Из треугольника PND:

$$\cos PND=\frac{NP^2+ND^2-PD^2}{2\cdot NP\cdot ND}=\frac{16\cdot 3}{\sqrt{60}\cdot 4\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{10}}{5}.$$

Ответ: б) $\arccos\frac{\sqrt{10}}{5}$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $\dfrac{9^x-3^{x+2}+8}{\log_{\frac{1}{6}}^2\left(5^x-2\right)+\log_{\frac{1}{6}}\left(5^x-2\right)^2+1}\le 0$.

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$\frac{9^x-9\cdot 3^x+8}{\log_6^2\left(5^x-2\right)-2\log_6\left(5^x-2\right)+1}\le 0;\ \frac{9^x-9\cdot 3^x+8}{\left(\log_6\left(5^x-2\right)-1\right)^2}\le 0.$$

Поскольку $\left(\log_6\left(5^x-2\right)-1\right)^2\ge 0$, то при условии $5^x>2$ и $5^x-2\ne 6$ получаем:

$$9^x-9\cdot 3^x+8\le 0;\ \left(3^x-1\right)\left(3^x-8\right)\le 0,$$

откуда $1\le 3^x\le 8$.

Значит, при условии $x>\log_5 2$ и $x\ne\log_5 8$ получаем, что $x\in[0;\log_3 8]$.

Учитывая, что $0<\log_5 2<1$, $1<\log_5 8<\log_3 8$, получаем:

$$x\in(\log_5 2;\log_5 8)\cup(\log_5 8;\log_3 8].$$

Ответ: $(\log_5 2;\log_5 8);\ (\log_5 8;\log_3 8]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $\log_3 8$ ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

sdor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июне 2028 года Пётр Иванович планирует взять кредит в банке на 5 лет в размере целого числа миллионов рублей. Условия его возврата таковы:
- в январе каждого года долг увеличивается на 20 % от суммы долга на конец предыдущего года;
- в период с февраля по июнь в каждый из 2029, 2030 и 2031 годов необходимо выплатить только проценты по кредиту, начисленные в январе соответствующего года;
- в период с февраля по июнь в каждый из 2032 и 2033 годов платежи по кредиту равные, причём последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью.

Найдите наибольший размер кредита, при котором общая сумма выплат по кредиту не превысит 10 млн рублей.

Решение.

Пусть сумма кредита равна S млн рублей, а выплаты с февраля по июнь в 2032 и 2033 годах составляют по x млн рублей. В июле 2029, 2030 и 2031 годов долг перед банком не меняется, а ежегодные выплаты составляют по $0{,}2S$ млн рублей — всего $0{,}6S$ за три года.

В 2032 году долг (в млн рублей) составит: $1{,}2S$ на конец января и $(1{,}2S-x)$ на конец июня. В 2033 году долг (в млн рублей) составит: $1{,}2(1{,}2S-x)$ на конец января и $1{,}2(1{,}2S-x)-x$ на конец июня.

Последний платёж должен погасить долг по кредиту полностью, поэтому $1{,}2(1{,}2S-x)-x=0$, откуда

$$x=\frac{36S}{55},$$

а все выплаты по кредиту равны

$$0{,}6S+2x=0{,}6S+\frac{72S}{55}=\frac{21S}{11}.$$

По условию $\frac{21S}{11}<10$, откуда $S<\frac{110}{21}=5\frac{5}{21}$.

Размер кредита — целое число миллионов рублей, значит, наибольший размер кредита $S=5$ млн рублей.

Ответ: 5 млн рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

17 В прямоугольную трапецию $ABCD$ с большим основанием CD и прямыми углами A и D вписана окружность с центром в точке O радиуса R. Точка G — точка касания данной окружности и стороны AB трапеции $ABCD$. Биссектриса угла ADC перпендикулярна стороне BC и пересекает её в точке N.

а) Докажите, что $BN=(\sqrt{2}-1)R$.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в четырёхугольник $BNOG$, если $R=6$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Решение.

а) Рассмотрим треугольник FCD, где F — точка пересечения прямых DA и CB. Прямая DN проходит через точку O, поскольку является биссектрисой угла FDC. В треугольнике FDC биссектриса DN является высотой, откуда следует, что треугольник DNF равнобедренный прямоугольный и

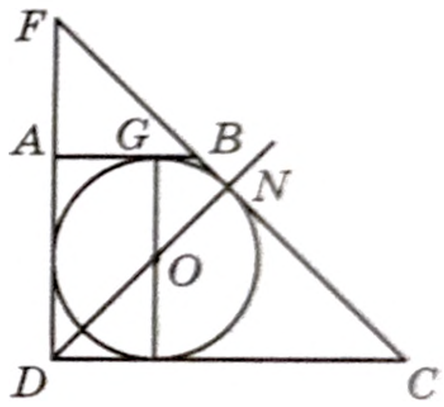
$$FD = \sqrt{2} \cdot ND = \sqrt{2}(NO + OD) = \sqrt{2}(R + \sqrt{2}R) = 2R + \sqrt{2}R.$$

Значит, $AF = FD - AD = 2R + \sqrt{2}R - 2R = \sqrt{2}R$.

Поскольку треугольник FAB также равнобедренный прямоугольный, получаем:

$$GB = AB - AG = \sqrt{2}R - R = (\sqrt{2} - 1)R.$$

Следовательно, $BN = GB = (\sqrt{2} - 1)R$ как отрезки касательных, проведённых из точки B.

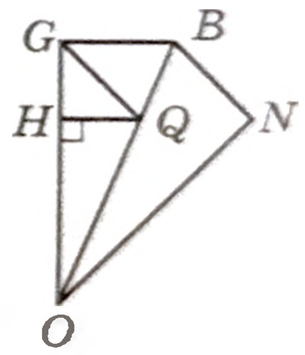


б) Заметим, что $BN = GB$ и $ON = OG$, значит, в четырёхугольник $BNOG$ можно вписать окружность.

В треугольнике OGB:

$$OB = \sqrt{OG^2 + GB^2} = \sqrt{R^2 + (\sqrt{2} - 1)^2 R^2} = R\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}.$$

Треугольники OGB и ONB равны по катету и гипотенузе, откуда OB — биссектриса угла GON. Обозначим точку пересечения биссектрисы OB и биссектрисы угла BGO буквой Q. По свойству биссектрисы для треугольника BGO:



$$\frac{BG}{GO} = \frac{BQ}{QO} = \frac{BO - QO}{QO} = \frac{BO}{QO} - 1,$$

откуда

$$QO = \frac{GO \cdot BO}{BG + GO} = \frac{R^2\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}R} = \frac{R\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}}.$$

Значит радиус QH окружности, вписанной в четырёхугольник $BNOG$, равен:

$$BG \cdot \frac{OQ}{OB} = (\sqrt{2} - 1)R \cdot \frac{R\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}}{\sqrt{2}R\sqrt{4 - 2\sqrt{2}}} = \frac{(\sqrt{2} - 1)R}{\sqrt{2}} = R \cdot \frac{2 - \sqrt{2}}{2} = 6 - 3\sqrt{2}.$$

Ответ: б) $6 - 3\sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\left(|x|-a^2\right)^2+(y-4a)(y+4a)=9a^2-2y-1,\\ y+1=6\sqrt{a}\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Решение.

Преобразуем первое уравнение системы:

$$\left(|x|-a^2\right)^2+y^2-16a^2+2y+1-9a^2=0;\ \left(|x|-a^2\right)^2+(y+1)^2-25a^2=0.$$

Используя второе уравнение системы, получаем, что $a\geq 0$ и

$$\left(|x|-a^2\right)^2+\left(6\sqrt{a}\right)^2-25a^2=0;\ |x|^2-2a^2|x|+a^4-25a^2+36a=0.$$

Дискриминант этого уравнения равен

$$4a^4-4a^4+100a^2-144a=100a^2-144a=4\left(25a^2-36a\right),$$

а корни уравнения, при условии $25a^2-36a\geq 0$, равны

$$|x_1|=a^2+\sqrt{25a^2-36a}\ \text{ и }\ |x_2|=a^2-\sqrt{25a^2-36a}.$$

Первоначальная система уравнений имеет ровно два различных решения, когда уравнение $|x|^2-2a^2|x|+a^4-25a^2+36a=0$ при $a\geq 0$ имеет ровно два различных решения.

Значит, $|x_1|=|x_2|>0$ или $|x_1|>0$, а $a^2-\sqrt{25a^2-36a}<0$.

В первом случае получаем, что $a=\dfrac{36}{25}$.

Во втором случае получаем, что при $a>\dfrac{36}{25}$ выполнено:

$$a^4<25a^2-36a;\ a^3-25a+36<0;\ (a-4)\left(a^2+4a-9\right)<0,$$

откуда $a\in\left(\sqrt{13}-2;4\right)$.

Следовательно, первоначальная система уравнений имеет ровно два различных решения при $a\in\left(\sqrt{13}-2;4\right)$ и $a=\dfrac{36}{25}$.

Ответ: $\left(\sqrt{13}-2;4\right)\cup\{1{,}44\}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением точки $\sqrt{13}-2$ и/или 4	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $\left(\sqrt{13}-2;4\right)$ множества значений a, возможно, с включением одной или двух граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения окружности и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

19 У Ивана Ильича есть коллекция монет. Если все его монеты разложить в одинаковые большие кляссеры*, то потребуется k кляссеров, причём 5 ячеек в одном кляссере останутся пустыми. Если же их разложить в одинаковые маленькие кляссеры, то потребуется $k+2$ кляссеров и также 5 ячеек в одном кляссере останутся пустыми. Известно, что в большом кляссере больше 150, но меньше 160 ячеек, а в маленьком — больше 100, но меньше 120 ячеек.

а) Может ли k быть равно 3?

б) Какое наименьшее количество монет может быть в коллекции у Ивана Ильича?

в) Какое наибольшее количество монет может быть в коллекции у Ивана Ильича?

* Кляссер — альбом (папка) для коллекционирования марок, монет.

Решение.

Обозначим S – общее количество монет у Ивана Ильича.

а) Пусть $k=3$.

Тогда учитывая вместимость больших кляссеров, S должно быть больше, чем $150\cdot3-5=445$ и меньше, чем $160\cdot3-5=475$.

Но учитывая вместимость маленьких кляссеров, S должно быть больше, чем $100\cdot5-5=495$ и меньше, чем $120\cdot5-5=595$.

Получили, что S должно быть одновременно больше 495 и меньше 475. Значит, k не может быть равно 3.

б) Аналогично доказанному в пункте a, k не может быть равно 1 (тогда S должно быть одновременно больше 295 и меньше 155) и k не может быть равно 2 (тогда S должно быть одновременно больше 395 и меньше 315). Если $k=4$, то, учитывая вместимость больших кляссеров, S должно быть больше, чем $150\cdot4-5=595$, и меньше, чем $160\cdot4-5=635$; а учитывая вместимость маленьких кляссеров, S должно быть больше, чем $100\cdot6-5=595$, и меньше, чем $120\cdot6-5=715$.

Значит, при $k=4$ получили, что $596\le S\le634$.

Чтобы условия задачи были выполнены, необходимо, чтобы $S+5$ было кратно и k, и $k+2$.

Наименьшее число, кратное и 4, и 6 из промежутка $[601;639]$, это 612.

Значит, $S=607$ и в большом кляссере 153 ячейки, а в маленьком — 102.

в) Предположим, что $k\ge8$, то есть $k=p+8$, где $p\ge0$.

Тогда, учитывая вместимость больших кляссеров, S должно быть больше, чем $150\cdot(p+8)-5=1195+150p$ и меньше, чем $160\cdot(p+8)-5=1275+160p$.

Но, учитывая вместимость маленьких кляссеров, S должно быть больше, чем $100\cdot(p+10)-5=995+100p$ и меньше, чем $120\cdot(p+10)-5=1195+120p$.

Получили, что $1195+150p<S<1195+120p$, откуда $p<0$. Значит, $k\le7$.

Рассмотрим $k=7$. Учитывая вместимость больших кляссеров, S должно быть больше, чем $150\cdot7-5=1045$, и меньше, чем $160\cdot7-5=1115$; а учитывая вместимость маленьких кляссеров, S должно быть больше, чем $100\cdot9-5=895$, и меньше, чем $120\cdot9-5=1075$. Значит, при $k=7$ получили, что $1046\le S\le1074$.

Чтобы условия задачи были выполнены, необходимо, чтобы $S+5$ было кратно и k, и $k+2$.

Наибольшее число, кратное и 7, и 9 из промежутка $[1051;1079]$, это 1071.

Значит, $S=1066$ и в большом кляссере 153 ячейки, а в маленьком – 119.

Ответ: а) нет; б) 607; в) 1066.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

Вариант 7

13 а) Решите уравнение $\dfrac{\sin^4 x-\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right)-\cos^2 x}{2\sin^2\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{\pi}{4}\right)+3\cos\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{x}{4}\right)-2}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0;4\pi]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\frac{\sin^4 x+\cos^2 x-\sin^2 x-\cos^2 x}{3\cos\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{\pi}{4}\right)-2\cos^2\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{\pi}{4}\right)}=0;\ \frac{\sin^2 x\left(\sin^2 x-1\right)}{\cos\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{\pi}{4}\right)\left(3-2\cos\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{\pi}{4}\right)\right)}=0,$$

откуда при условии $\cos\left(\dfrac{x}{4}-\dfrac{\pi}{4}\right)\neq 0$; $x\neq -\pi+4\pi k$ $(k\in\mathbb{Z})$ получим:

$$\sin x=0 \text{ или } \cos x=0;\ x=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}n\ (n\in\mathbb{Z}).$$

Значит, $x=\dfrac{\pi}{2}+\pi m$, где $m\in\mathbb{Z}$, или $x=2\pi p$, где $p\in\mathbb{Z}$, или $x=\pi+4\pi l$, где $l\in\mathbb{Z}$.

б) Отберём корни, принадлежащие отрезку $[0;4\pi]$.

$0\le\dfrac{\pi}{2}+\pi m\le 4\pi$; $-\dfrac{\pi}{2}\le\pi m\le\dfrac{7\pi}{2}$; $-0{,}5\le m\le 3{,}5$, откуда

$m=0$, $x=\dfrac{\pi}{2}$; $m=1$, $x=\dfrac{3\pi}{2}$; $m=2$, $x=\dfrac{5\pi}{2}$; $m=3$, $x=\dfrac{7\pi}{2}$ или

$0\le 2\pi p\le 4\pi$; $0\le p\le 2$, откуда

$p=0$, $x=0$; $p=1$, $x=2\pi$; $p=2$, $x=4\pi$ или

$0\le\pi+4\pi l\le 4\pi$; $-\pi\le 4\pi l\le 3\pi$; $-\dfrac{1}{4}\le l\le\dfrac{3}{4}$; откуда

$l=0$, $x=\pi$.

Ответ: а) $\dfrac{\pi}{2}+\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$; $2\pi p$, $p\in\mathbb{Z}$; $\pi+4\pi l$, $l\in\mathbb{Z}$;

б) 0, $\dfrac{\pi}{2}$, π, $\dfrac{3\pi}{2}$, 2π, $\dfrac{5\pi}{2}$, $\dfrac{7\pi}{2}$, 4π.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Замечание. Отбор корней может быть произведён и любым другим способом: с помощью графика, единичной окружности и т. п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

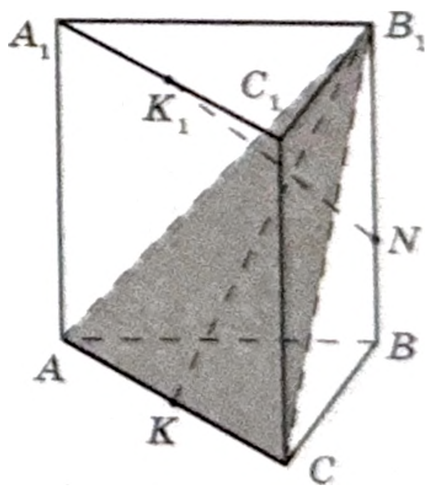
14 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ высота AA_1 в 1,25 раза больше стороны AB основания ABC. Через прямую A_1C_1 перпендикулярно плоскости ACB_1 провели плоскость α.

а) Докажите, что плоскость α делит ребро BB_1 в отношении 12 : 13.

б) Найдите угол между плоскостями BCC_1 и α.

Решение.

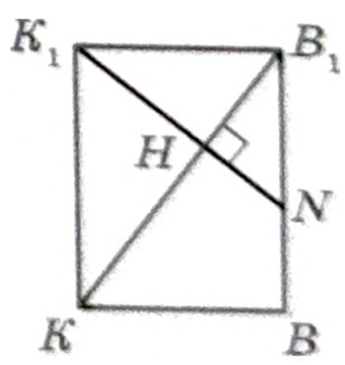
а) Плоскость α пересекает ребро CC_1, поэтому пересекает и ребро BB_1. Обозначим пересечение плоскости α и прямой BB_1 точкой N, середины рёбер AC и A_1C_1 соответственно точками K и K_1, а пересечение прямых KB_1 и K_1N точкой H.



Угол K_1HB_1 — линейный угол двугранного угла между плоскостями ACB_1 и α. Значит, угол K_1HB_1 прямой.

Рассмотрим прямоугольник KBB_1K_1, в котором

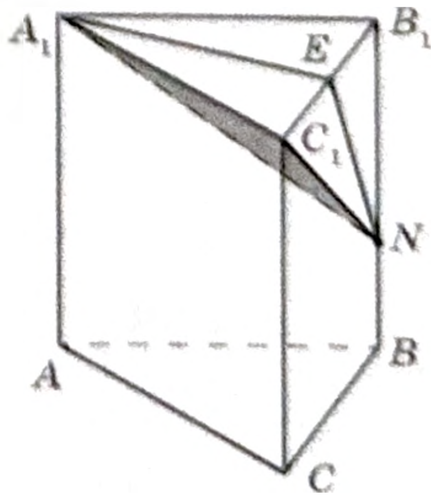
$$KB=\frac{\sqrt{3}}{2}AB=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{4}{5}BB_1=\frac{2\sqrt{3}}{5}BB_1.$$



Прямоугольные треугольники KK_1B_1 и K_1B_1N подобны, значит, $\frac{NB_1}{K_1B_1}=\frac{K_1B_1}{KK_1}$, откуда $NB_1=\frac{K_1B_1^2}{KK_1}=\frac{12}{25}BB_1$.

Получили, что $\frac{B_1N}{NB}=\frac{12}{13}$.

б) Обозначим проекцию точки A_1 на плоскость BCC_1 точкой E. Получили, что косинус угла между плоскостями BCC_1 и α равен отношению площадей треугольников NEC_1 и NA_1C_1:



$$\frac{S_{NEC_1}}{S_{NA_1C_1}}=\frac{0{,}5S_{NB_1C_1}}{0{,}5A_1C_1\sqrt{C_1N^2-\left(\frac{A_1C_1}{2}\right)^2}}=\frac{0{,}5NB_1}{\sqrt{NB_1^2+\frac{3A_1C_1^2}{4}}}=$$

$$=\frac{\frac{6}{25}BB_1}{\sqrt{\left(\frac{12}{25}BB_1\right)^2+\frac{3}{4}\left(\frac{4}{5}BB_1\right)^2}}=\frac{6}{\sqrt{144+300}}=\frac{3}{\sqrt{111}}=\frac{\sqrt{111}}{37}.$$

Ответ: б) $\arccos\frac{\sqrt{111}}{37}$.

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $\sqrt{x^2-7}<1+\dfrac{4}{5-\sqrt{x^2-7}}$.

Решение.

Обозначим $t=\sqrt{x^2-7}$ и преобразуем неравенство:

$$t<1-\frac{4}{t-5};\ \frac{t^2-5t-t+5+4}{t-5}<0;\ \frac{(t-3)^2}{t-5}<0,$$

откуда $t<5$ при условии $t\neq 3$.

Значит, при условии $\sqrt{x^2-7}\neq 3$; $x\neq -4$ и $x\neq 4$ получаем:

$$\sqrt{x^2-7}<5;\ 0\le x^2-7<25;\ 7\le x^2<32,$$

откуда $-4\sqrt{2}<x<-4$, или $-4<x\le -\sqrt{7}$, или $\sqrt{7}\le x<4$, или $4<x<4\sqrt{2}$.

Ответ: $(-4\sqrt{2};-4);\ (-4;-\sqrt{7}];\ [\sqrt{7};4);\ (4;4\sqrt{2})$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением и/или включением одной или нескольких из точек 4, −4, $\sqrt{7}$, $-\sqrt{7}$ ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июле 2029 года планируется взять кредит в банке на 6 лет. Условия его возврата таковы:

– в январе 2030, 2031 и 2032 годов долг возрастает на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
– в январе 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июле каждого года в период с 2030 по 2034 годы долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июне 2035 года необходимо выплатить 484 тысячи рублей и тем самым полностью погасить кредит.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 2 млн 376 тысяч рублей?

Решение.

Пусть сумма кредита равна S тысяч рублей. По условию, долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на июль 2029–2035 годов должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$S;\ \frac{5S-(S-440)}{5};\ \frac{5S-2\cdot(S-440)}{5};\ \frac{5S-3\cdot(S-440)}{5};\ \frac{5S-4\cdot(S-440)}{5};\ 440;\ 0.$$

В январе каждого года с 2030 по 2032 годы долг возрастает на 20 %, а в январе каждого года с 2033 по 2035 – на 10 %, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) в январе 2030–2035 годов такова:

$$1{,}2\cdot S;\ 1{,}2\cdot\frac{5S-(S-440)}{5};\ 1{,}2\cdot\frac{5S-2\cdot(S-440)}{5};$$

$$1{,}1\cdot\frac{5S-3\cdot(S-440)}{5};\ 1{,}1\cdot\frac{5S-4\cdot(S-440)}{5};\ 484.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$0{,}2S+\frac{S-440}{5};\ 0{,}2S+\frac{S-440}{5}\cdot 0{,}8;\ 0{,}2S+\frac{S-440}{5}\cdot 0{,}6;$$

$$0{,}1S+\frac{S-440}{5}\cdot 0{,}7;\ 0{,}22S-52{,}8;\ 484.$$

Значит, общая сумма выплат (в тыс. рублей) составит

$$0{,}92S+\frac{S-440}{5}\cdot 3{,}1+431{,}2=1{,}54S+158{,}4=2376,$$

откуда $1{,}54S=2217{,}6$; $S=1440$.
Значит, сумма, взятая в кредит, равна 1440 тыс. рублей.

Ответ: 1440 тысяч рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

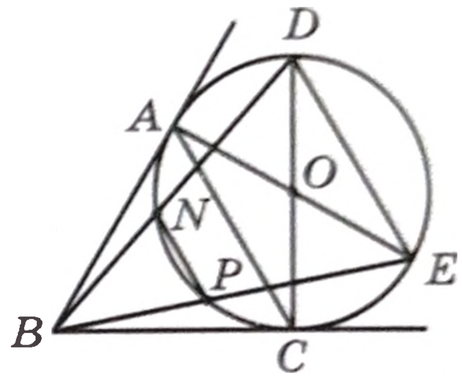
17 Окружность с центром в точке O радиуса R вписана в угол с вершиной в точке B, равный 60°. Точки A и C — точки касания угла и окружности, а AE и CD — диаметры окружности.

а) Докажите, что $AB = DE$.

б) Прямые BD и BE вторично пересекают окружность в точках N и P соответственно. Найдите площадь четырёхугольника $DEPN$, если $R = 7\sqrt{3}$.

Решение.

а) Треугольники AOC и EOD равны по двум сторонам и углу между ними, поскольку $AO = OC = OE = OD = R$ и углы AOC и EOD вертикальные. Значит, $AC = DE$. Отрезки касательных BA и BC равны, а угол ABC равен 60°, откуда треугольник ABC равносторонний.



Значит, $AB = AC = DE$.

б) Углы BAO и BCO прямые, как углы между касательной и радиусом, проведённым в точку касания. Тогда в четырёхугольнике $ABCO$ угол AOC равен 120°.

Из равнобедренного треугольника EOD получаем, что $DE = \sqrt{3}R$.

Из прямоугольного треугольника BDC получаем, что $BD = \sqrt{DC^2 + BC^2} = \sqrt{7}R$, а $\cos BDC = CD : BD = \dfrac{2}{\sqrt{7}}$.

Аналогично из треугольника BEA получаем: $BE = \sqrt{7}R$.

Поскольку $BD = BE$, по свойству секущей получаем, что $BN = BP$, откуда треугольники BNP и BDE подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними. Значит, четырёхугольник $DEPN$ является равнобедренной трапецией, в которой косинус угла NDE при основании DE равен:

$$\cos NDE = \cos BDE = \frac{BD^2 + DE^2 - BE^2}{2 \cdot BD \cdot DE} = \frac{DE}{2BD} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{14}.$$

Из равнобедренного треугольника NDO:

$$ND = 2DO \cdot \cos BDC = \frac{4}{\sqrt{7}}R.$$

Тогда в трапеции $DEPN$ высота равна:

$$\sqrt{ND^2 - (ND \cdot \cos NDE)^2} = \sqrt{\frac{16}{7}R^2 \cdot \frac{25}{28}} = \frac{10}{7}R,$$

а основание PN равно:

$$PN = DE - 2ND \cdot \cos BDE = \sqrt{3}R - \frac{8}{\sqrt{7}}R \cdot \frac{\sqrt{21}}{14} = \sqrt{3}R - \frac{4\sqrt{3}}{7}R = \frac{3\sqrt{3}R}{7}.$$

Значит, площадь трапеции $DEPN$ равна:

$$\frac{5}{7}R \cdot \left(\sqrt{3}R + \frac{3\sqrt{3}R}{7}\right) = \frac{50\sqrt{3}}{49}R^2 = 150\sqrt{3}.$$

Ответ: б) $150\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б* ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Окончание табл.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\cos ax = 0{,}6$$

имеет на отрезке $[\pi; 6\pi]$ ровно десять корней.

При решении можно воспользоваться оценкой: $0{,}92 < \arccos 0{,}6 < 0{,}93$.

Решение.

Рассмотрим случай $a > 0$.

Выпишем последовательность положительных корней уравнения $\cos t = 0{,}6$ (в порядке возрастания):

$$t_1 = \arccos 0{,}6,\ t_2 = 2\pi - \arccos 0{,}6,\ t_3 = 2\pi + \arccos 0{,}6,\ t_4 = 4\pi - \arccos 0{,}6,$$
$$t_5 = 4\pi + \arccos 0{,}6,\ \ldots\ t_{2n} = 2n\pi - \arccos 0{,}6,\ t_{2n+1} = 2n\pi + \arccos 0{,}6 \text{ и т. д.}$$

Значит, последовательность корней уравнения $\cos ax = 0{,}6$:

$$x_1 = \frac{\arccos 0{,}6}{a},\ x_2 = \frac{2\pi - \arccos 0{,}6}{a},\ x_3 = \frac{2\pi + \arccos 0{,}6}{a},\ t_4 = \frac{4\pi - \arccos 0{,}6}{a},$$
$$x_5 = \frac{4\pi + \arccos 0{,}6}{a},\ \ldots\ x_{2n} = \frac{2n\pi - \arccos 0{,}6}{a},\ x_{2n+1} = \frac{2n\pi + \arccos 0{,}6}{a} \text{ и т. д.}$$

На отрезке $[\pi; 6\pi]$ уравнение $\cos ax = 0{,}6$ имеет ровно десять корней, когда на отрезке $[0; 6\pi]$ оно имеет ровно $10 + k$ корней, а на интервале $[0; \pi)$ имеет ровно k корней.

На отрезке $[0; 6\pi]$ уравнение $\cos ax = 0{,}6$ имеет ровно чётное число $10 + k$ корней, когда

$$\begin{cases} \dfrac{(k+10)\pi - \arccos 0{,}6}{a} \le 6\pi, \\ \dfrac{(k+10)\pi + \arccos 0{,}6}{a} > 6\pi, \end{cases}$$

откуда $\dfrac{k+10}{6} - \dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi} \le a < \dfrac{k+10}{6} + \dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi}$.

На интервале $[0; \pi)$ уравнение $\cos ax = 0{,}6$ имеет ровно чётное число k корней, когда

$$\begin{cases} \dfrac{k\pi - \arccos 0{,}6}{a} < \pi, \\ \dfrac{k\pi + \arccos 0{,}6}{a} \ge \pi, \end{cases}$$

откуда $k - \dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi} < a \le k + \dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}$.

Значит, на отрезке $[\pi; 6\pi]$ уравнение $\cos ax = 0{,}6$ имеет ровно 10 корней при таких чётных k, что

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

$$\begin{cases} \dfrac{k+10}{6}-\dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi}\le k+\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}, \\ k-\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}<\dfrac{k+10}{6}+\dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi}; \end{cases} \quad \begin{cases} k\ge 2-\dfrac{7\arccos 0{,}6}{5\pi}, \\ k<2+\dfrac{7\arccos 0{,}6}{5\pi}, \end{cases}$$

откуда, учитывая, что $0{,}92<\arccos 0{,}6<0{,}93$, получаем: $k=2$.

Значит, $2-\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}<a\le 2+\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}$.

Аналогично, на отрезке $[0;6\pi]$ уравнение $\cos ax=0{,}6$ имеет ровно нечётное число $10+k$ корней, когда

$$\begin{cases} \dfrac{(k+9)\pi+\arccos 0{,}6}{a}\le 6\pi, \\ \dfrac{(k+11)\pi-\arccos 0{,}6}{a}>6\pi, \end{cases}$$

откуда $\dfrac{k+9}{6}+\dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi}\le a<\dfrac{k+11}{6}-\dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi}$.

На интервале $[0;\pi)$ уравнение $\cos ax=0{,}6$ имеет ровно нечётное число k корней, когда

$$\begin{cases} \dfrac{(k-1)\pi+\arccos 0{,}6}{a}<\pi, \\ \dfrac{(k+1)\pi-\arccos 0{,}6}{a}\ge\pi, \end{cases}$$

откуда $k-1+\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}<a\le k+1-\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}$.

Значит, на отрезке $[\pi;6\pi]$ уравнение $\cos ax=0{,}6$ имеет ровно 10 корней при таких нечётных k, что

$$\begin{cases} \dfrac{k+9}{6}+\dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi}\le k+1-\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}, \\ k-1+\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}<\dfrac{k+11}{6}-\dfrac{\arccos 0{,}6}{6\pi}, \end{cases} \quad \begin{cases} k\ge 0{,}6+\dfrac{7\arccos 0{,}6}{5\pi}, \\ k<3{,}4-\dfrac{7\arccos 0{,}6}{5\pi}, \end{cases}$$

откуда, учитывая, что $0{,}92<\arccos 0{,}6<0{,}93$, получаем, что таких нечётных k нет.

Получили, что (при $a>0$) уравнение $\cos ax=0{,}6$ имеет на отрезке $[\pi;6\pi]$ ровно 10 корней при $2-\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}<a\le 2+\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}$.

Заметим, что при $a=0$ уравнение $\cos ax=0{,}6$ корней не имеет.

Также заметим, что $\cos ax=\cos(-ax)$, следовательно, если уравнение $\cos ax=0{,}6$ при $a=a_0$ имеет на отрезке $[\pi;6\pi]$ ровно десять корней, то и при $a=-a_0$ оно имеет на отрезке $[\pi;6\pi]$ столько же корней.

Ответ: $\left[-2-\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi};-2+\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}\right)\cup\left(2-\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi};2+\dfrac{\arccos 0{,}6}{\pi}\right]$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением/исключением одной или нескольких граничных точек	3

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Окончание табл.

Содержание критерия	Баллы
С помощью верного рассуждения получены значения $2-\frac{\arccos 0{,}6}{\pi}$ и $2+\frac{\arccos 0{,}6}{\pi}$ (или соответствующие противоположные значения) ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию количества корней на промежутках $[0;6\pi]$ и $[0;\pi)$ (или соответствующих противоположных промежутках)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

19 На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно удвоенной сумме цифр первого, а третье равно утроенной сумме цифр второго.

а) Может ли сумма этих чисел быть равна 2025?

б) Может ли сумма этих чисел быть равна 2026?

в) Найдите количество четырёхзначных чисел, которые могут быть первым числом в тройке, при условии, что третье число равно 12.

Решение.

а) Пусть на доске написаны числа 2004, 12 и 9. Тогда их сумма равна 2025.

б) Если первое число кратно 3, то сумма трёх чисел кратна 3. Но 2026 не кратно 3. Получили, что первое число не кратно 3. Значит, первое число при делении на 3 даёт остаток 1 или 2, но тогда второе число при делении на 3 даёт соответственно остаток 2 или 1, а сумма трёх чисел кратна 3.

Следовательно, сумма не может быть равна 2026.

в) Утроенная сумма цифр второго числа равна 12, значит, сумма цифр второго числа равна 4. Так как удвоенная сумма цифр четырёхзначного числа не больше 72, то второе число может быть равно 40, 31, 13, 22 или 4. Значит, сумма цифр первого числа может быть равна 20, 11 или 2.

Четырёхзначные числа, сумма цифр каждого из которых равна 2: 1001, 1010, 1100 и 2000.

Найдём количество четырёхзначных чисел, сумма цифр каждого из которых равна 11. Если сумма первых двух цифр равна 1 (1+0), то таких чисел девять: 1019, 1028, 1037, ..., 1091. Если сумма первых двух цифр равна 2 (1+1 или 2+0), то таких чисел два набора по десять: 1109, 1118, ..., 1190, а также: 2009, 2018, ... 2090. Если сумма первых двух цифр равна 3 (3+0, 1+2 или 2+1), то таких чисел три набора по девять чисел. Рассуждая аналогично, получаем, что если сумма первых двух цифр равна 4, 5, ..., 11, то таких чисел соответственно четыре набора по 8, пять наборов по 7, шесть наборов по 6, семь наборов по 5, восемь наборов по 4, девять наборов по 3, девять наборов по 2 и восемь наборов по 1. Таким образом, количество четырёхзначных чисел, сумма цифр каждого из которых равна 11, равно

$$9+2\cdot 10+3\cdot 9+4\cdot 8+5\cdot 7+6\cdot 6+7\cdot 5+8\cdot 4+9\cdot 3+9\cdot 2+8=279.$$

Найдём количество четырёхзначных чисел, сумма цифр каждого из которых равна 20. Аналогично получаем:

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

$$2\cdot1+3\cdot2+4\cdot3+5\cdot4+6\cdot5+7\cdot6+8\cdot7+9\cdot8+9\cdot9+$$
$$+8\cdot10+7\cdot9+6\cdot8+5\cdot7+4\cdot6+3\cdot5+2\cdot4+1\cdot3=597.$$

Следовательно, количество чисел равно $4+279+597=880$.

Ответ: а) да; б) нет; в) 880.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в* и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б* ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

Вариант 11

13 а) Решите уравнение $\sin^4\frac{x}{4}-\cos^4\frac{x}{4}=\cos\left(x-\frac{3\pi}{2}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi;\ -\pi]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\left(\sin^2\frac{x}{4}-\cos^2\frac{x}{4}\right)\left(\sin^2\frac{x}{4}+\cos^2\frac{x}{4}\right)+\sin x=0;\ \sin x-\cos\frac{x}{2}=0;$$

$$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}=0;\ \cos\frac{x}{2}\left(2\sin\frac{x}{2}-1\right)=0.$$

Значит, $\cos\frac{x}{2}=0$, откуда $x=\pi+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или

$\sin\frac{x}{2}=\frac{1}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{3}+4\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{5\pi}{3}+4\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.

б) Найдём корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi;\ -\pi]$. Получим:

$$-4\pi\le\pi+2\pi n\le-\pi;\ -5\pi\le2\pi n\le-2\pi;\ -\frac{5}{2}\le n\le-1,$$

откуда $n=-2$ или $n=-1$, а $x=-3\pi$ или $x=-\pi$;

$$-4\pi\le\frac{\pi}{3}+4\pi k\le-\pi;\ -\frac{13\pi}{3}\le4\pi k\le-\frac{4\pi}{3};\ -\frac{13}{12}\le k\le-\frac{1}{3},$$

откуда $k=-1$, а $x=-\frac{11\pi}{3}$;

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

$$-4\pi \le \frac{5\pi}{3} + 4\pi m \le -\pi;\ -\frac{17\pi}{3} \le 4\pi m \le -\frac{8\pi}{3};\ -\frac{17}{12} \le m \le -\frac{2}{3},$$

откуда $m = -1$, а $x = -\frac{7\pi}{3}$.

Ответ: а) $\pi + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3} + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{5\pi}{3} + 4\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $-\frac{11\pi}{3}$, -3π, $-\frac{7\pi}{3}$, $-\pi$.

Замечание. Отбор корней может быть произведён и любым другим способом: с помощью числовой окружности, графика и т.п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

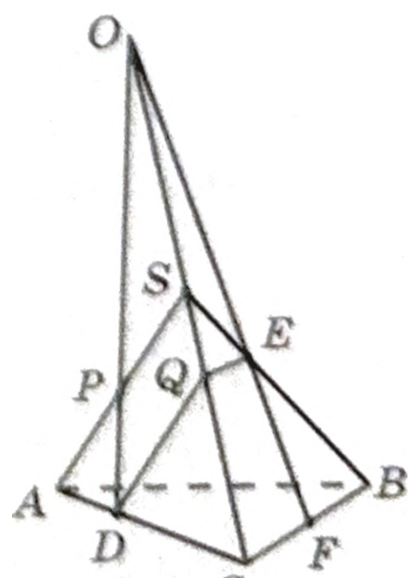
14 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки D и E делят соответственно рёбра AC и SB так, что $AD:DC = SE:EB = 1:2$. На продолжении ребра SC за точку S отмечена точка O. Прямые OD и OE пересекают рёбра AS и BC в точках P и F соответственно, причём $BF = FC$.

а) Докажите, что отрезки DE и PF пересекаются.

б) Найдите отношение $AP:PS$.

Решение.

а) Точки D и P лежат на прямой OD, а точки E и F лежат на прямой OF. Значит, $DPEF$ — выпуклый четырёхугольник, лежащий в плоскости DOF, поскольку точка P лежит на отрезке DO, а точка E лежит на отрезке FO. Отрезки DE и PF являются диагоналями этого четырёхугольника, значит, они пересекаются.



б) Отметим на ребре CS точку Q такую, что $SQ:QC = 1:2$. Тогда треугольники CDQ и CAS подобны с коэффициентом подобия $\frac{CD}{CA} = \frac{2}{3}$, а треугольники SQE и SCB подобны с коэффициентом подобия $\frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

По условию $CF = \frac{BC}{2}$. Значит, треугольники COF и QOE подобны с коэффициентом подобия $\frac{CF}{QE} = \frac{BC}{2} : \frac{BC}{3} = \frac{3}{2}$, а $CQ = \frac{1}{2}QO$, откуда, учитывая, что $CQ = 2QS$, получаем: $OQ = 4SQ$; $OS = 3SQ$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Треугольники DOQ и POS подобны с коэффициентом подобия $\frac{OS}{OQ}=\frac{3SQ}{4SQ}=\frac{3}{4}$.

Значит, $PS=\frac{3}{4}DQ=\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}AS=\frac{1}{2}AS$ откуда $AP:PS=1$.

Ответ: б) 1.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а* и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $16\cdot5^{1-\frac{8}{x}}-189\cdot20^{-\frac{4}{x}}+25\cdot2^{2-\frac{16}{x}}\le0$.

Решение.

Преобразуем неравенство:

$$80\cdot25^{-\frac{4}{x}}-189\cdot20^{-\frac{4}{x}}+100\cdot16^{-\frac{4}{x}}\le0;$$

$$80-189\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{-\frac{4}{x}}+100\cdot\left(\frac{16}{25}\right)^{-\frac{4}{x}}\le0;$$

$$100\cdot\left(\frac{25}{16}\right)^{\frac{4}{x}}-189\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{4}{x}}+80\le0.$$

Обозначим $\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{4}{x}}=t$. Получим:

$100t^2-189t+80\le0$; $\left(t-\frac{5}{4}\right)\left(t-\frac{16}{25}\right)\le0$, откуда $\frac{16}{25}\le t\le\frac{5}{4}$.

Значит, $\frac{16}{25}\le\left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{4}{x}}\le\frac{5}{4}$, откуда $\begin{cases}\frac{4}{x}\ge-2,\\ \frac{4}{x}\le1.\end{cases}$

Решение первого неравенства системы: $x\in(-\infty;-2]\cup(0;+\infty)$.

Решение второго неравенства системы: $x\in(-\infty;0)\cup[4;+\infty)$.

Значит, решение исходного неравенства: $x\in(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$.

Ответ: $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек –2 и/или 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

16 В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 4 года. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить 312 500 рублей.

Какую сумму (в рублях) планируется взять в кредит, если он будет полностью погашен этими четырьмя платежами?

Решение.

Пусть сумма кредита составляет S рублей, а ежегодные выплаты X рублей. По условию долг перед банком (в рублях) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$S,\ \frac{5}{4}\cdot S-X,\ \left(\frac{5}{4}\right)^2 S-\frac{5}{4}\cdot X-X,\ \left(\frac{5}{4}\right)^3 S-\left(\frac{5}{4}\right)^2 X-\frac{5}{4}\cdot X-X,$$

$$\left(\frac{5}{4}\right)^4 S-\left(\frac{5}{4}\right)^3 X-\left(\frac{5}{4}\right)^2 X-\frac{5}{4}\cdot X-X=0,$$

откуда

$$S=\frac{\left(\frac{5}{4}\right)^4-1}{\left(\frac{5}{4}\right)^4\cdot\left(\frac{5}{4}-1\right)}\cdot X=\frac{1476}{625}\cdot X.$$

Получаем: $S=738\,000$ рублей.

Ответ: 738 000 рублей.

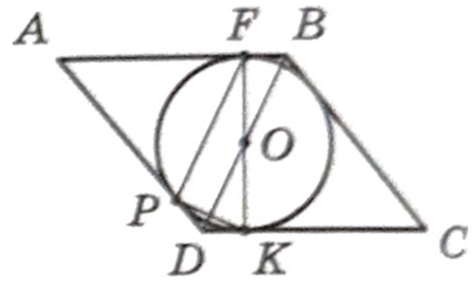
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 Окружность с центром в точке O вписана в ромб $ABCD$ и касается его сторон AB, CD и AD соответственно в точках F, K и P.

а) Докажите, что прямая FP параллельна диагонали ромба BD.
б) Найдите длину диагонали BD, если известно, что $FP=12$ и $PK=5$.

Решение.



а) Окружность касается сторон угла ADC, значит, треугольник PDK равнобедренный с основанием PK. Следовательно, диагональ BD ромба $ABCD$, которая является биссектрисой угла ADC, перпендикулярна прямой PK.

Угол FPK опирается на диаметр окружности FK. Значит, этот угол прямой. Следовательно, прямая FP параллельна диагонали ромба, поскольку обе эти прямые перпендикулярны прямой PK.

б) По теореме Пифагора $FK=\sqrt{PF^2+PK^2}=13$.

Значит, $OK=\dfrac{FK}{2}=6{,}5$.

Прямоугольные треугольники FPK и OKD подобны, поскольку прямые FP и BD параллельны. Следовательно,

$$\frac{FP}{OK}=\frac{FK}{OD},$$

откуда $OD=\dfrac{FK\cdot OK}{FP}=\dfrac{13\cdot 6{,}5}{12}=\dfrac{169}{24}$. Значит, $BD=\dfrac{169}{12}$.

Ответ: б) $\dfrac{169}{12}$.

sbor25.me

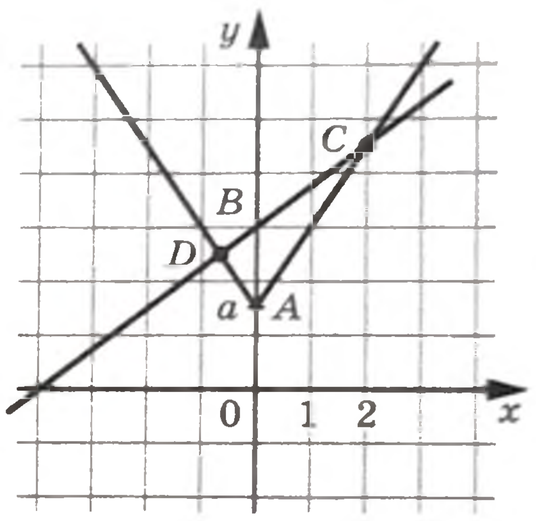
Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

18 Найдите все значения a, при каждом из которых площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\frac{a}{2}x+2a$ и $y=a|x|+|a|$, будет меньше 7, но не меньше 3.

Решение.

При $a>0$ уравнение $y=a|x|+|a|=a|x|+a$ задаёт два луча: луч с началом в точке $A(0;a)$, совпадающий с прямой $y=ax+a$ при $x\geq 0$, и луч с началом в точке $A(0;a)$, совпадающий с прямой $y=-ax+a$ при $x\leq 0$.



Найдём точки пересечения указанных лучей с прямой $y=\frac{a}{2}x+2a$, проходящей через точку $B(0;2a)$:

$$\begin{cases} y=ax+a, \\ y=\frac{a}{2}x+2a, \\ x\geq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y=-ax+a, \\ y=\frac{a}{2}x+2a, \\ x\leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2, \\ y=3a \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x=-\frac{2}{3}, \\ y=\frac{5a}{3}. \end{cases}$$

Получили треугольник ACD с вершинами $A(0;a)$, $C(2;3a)$ и $D\left(-\frac{2}{3};\frac{5a}{3}\right)$. Заметим, что при $a>0$ точка $A(0;a)$ не лежит на прямой CD, поскольку на ней лежит точка $B(0;2a)$.

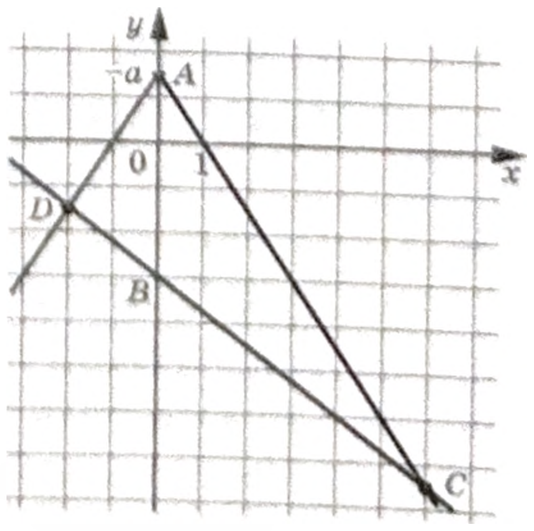
Площадь треугольника ACD равна

$$S_{ABD}+S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot 2+\frac{1}{2}AB\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{3}a,$$

откуда $3\leq\frac{4}{3}a<7$. Значит, $\frac{9}{4}\leq a<\frac{21}{4}$.

При $a<0$ уравнение $y=a|x|+|a|=a|x|-a$ задаёт два луча: луч с началом в точке $A(0;\,-a)$, совпадающий с прямой $y=ax-a$ при $x\geq 0$, и луч с началом в точке $A(0;\,-a)$, совпадающий с прямой $y=-ax-a$ при $x\leq 0$.

Найдём точки пересечения указанных лучей с прямой $y=\frac{a}{2}x+2a$, проходящей через точку $B(0;2a)$:



$$\begin{cases} y=ax-a, \\ y=\frac{a}{2}x+2a, \\ x\geq 0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y=-ax-a, \\ y=\frac{a}{2}x+2a, \\ x\leq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=6, \\ y=5a \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} x=-2, \\ y=a. \end{cases}$$

Получили треугольник ACD с вершинами $A(0;\,-a)$, $C(6;\,5a)$ и $D(-2;\,a)$. Заметим, что при $a<0$ точка $A(0;\,-a)$ не лежит на прямой CD, поскольку на ней лежит точка $B(0;\,2a)$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Площадь треугольника ACD равна

$$S_{ABD}+S_{ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot 6+\frac{1}{2}AB\cdot 2=-12a,$$

откуда $3\le -12a<7$. Значит, $-\frac{7}{12}<a\le -\frac{1}{4}$.

При $a=0$ обе данные линии задаются уравнением $y=0$ и не образуют фигуру, имеющую площадь.

Таким образом, $-\frac{7}{12}<a\le -\frac{1}{4}$ или $\frac{9}{4}\le a<\frac{21}{4}$.

Ответ: $\left(-\frac{7}{12};\ -\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{9}{4};\ \frac{21}{4}\right)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением / исключением одной или нескольких граничных точек	3
С помощью верного рассуждения для обоих случаев ($a<0$ и $a>0$) получены координаты точек A, B, C и D, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения гиперболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 На координатной прямой отмечены целые числа. Митя играет в следующую игру: фишка стоит на отметке 0; Митя бросает игральный кубик и сдвигает фишку на выпавшее число очков вправо (положительное направление прямой), если выпадает чётное число очков, и влево (отрицательное направление прямой), если выпадает нечётное число очков. Через некоторое время Митя закончил игру.

а) Может ли фишка оказаться на отметке «−50», если Митя 30 раз бросил кубик?

б) Известно, что чётное число очков выпадало столько же раз, сколько и нечётное число очков. Какое наименьшее число бросков кубика понадобится, чтобы фишка оказалась на отметке «−50»?

в) Известно, что чётное число очков выпадало столько же раз, сколько и нечётное число очков. Какое наименьшее число бросков кубика понадобится, чтобы фишка оказалась на отметке «−57», если также известно, что при бросании кубика каждая грань выпадала хотя бы один раз, но любые две грани не выпадали одинаковое количество раз?

Решение.

а) Да, например, если 22 раза выпадет число 3 и 8 раз число 2.

б) Пусть k раз выпало чётное число очков и k раз нечётное. Тогда наименьшая отметка, на которой может стоять фишка после этих $2k$ бросков, равна $2k-5k=-3k$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Значит, при $k \le 16$ фишка не может стоять левее, чем отметка «−48». При $k=17$ фишка сдвигается на чётное число вправо и нечётное число влево, следовательно, в итоге стоит на нечётной отметке, значит, не может стоять на отметке «−50». При $k=18$ (36 бросков) фишка может оказаться на отметке «−50», если, например, на кубике выпадет 18 раз число 5, 17 раз число 2 и 1 раз число 6.

в) Пусть k раз выпало чётное число очков и k раз нечётное. Тогда наименьший суммарный сдвиг влево получается, когда число 6 выпало один раз, число 4 — три раза, число 2 выпало $k-4$ раз, число 1 выпало 2 раза, число 3 — 4 раза, а число 5 выпало $k-6$ раз. В результате этих $2k$ бросков наименьшая отметка, на которой может стоять фишка, равна

$$6\cdot 1+4\cdot 3+2\cdot(k-4)-1\cdot 2-3\cdot 4-5\cdot(k-6)=-3k+26$$

(возможна другая комбинация бросков с тем же наименьшим результатом). Значит, при $k \le 27$ фишка не может стоять левее, чем отметка «−55». При $k=28$ фишка сдвигается на чётное число вправо и чётное число влево, следовательно, в итоге стоит на чётной отметке, значит, не может стоять на отметке «−57». При $k=29$ фишка может оказаться на отметке «−57», если, например, на кубике выпадет 2 раза число 6, 1 раз число 4, 26 раз число 2, 4 раза число 1, 3 раза число 3 и 22 раза число 5:

$$6\cdot 2+4\cdot 1+2\cdot 26-1\cdot 3-3\cdot 4-5\cdot 22=68-125=-57\,.$$

Ответ: а) да; б) 36; в) 58.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

Вариант 17

13 а) Решите уравнение $\dfrac{4\sin^3 x-2\sin x}{\sin(2x-\pi)}=1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\dfrac{\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\frac{4\sin^3 x-2\sin x}{-\sin 2x}-1=0\,;\ \frac{2\sin x-4\sin^3 x-\sin 2x}{\sin 2x}=0\,;$$

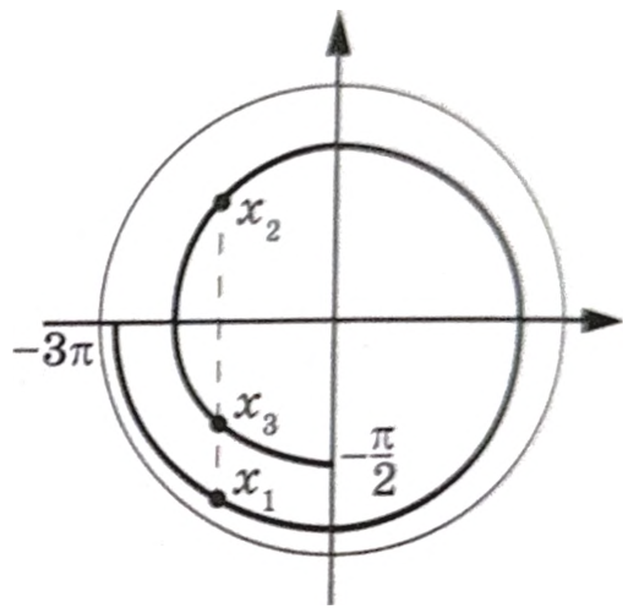
$$\frac{\sin x\left(1-2\sin^2 x-\cos x\right)}{\sin x\cos x}=0\,;\ \frac{\sin x\left(2\cos^2 x-\cos x-1\right)}{\sin x\cos x}=0\,;$$

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

$$\frac{\sin x(\cos x-1)(2\cos x+1)}{\sin x\cos x}=0.$$

Получили, $\sin x=0$, $\cos x=1$ или $\cos x=-0{,}5$ при условии $\sin x\cos x\neq 0$, Уравнения $\sin x=0$, $\cos x=1$ не удовлетворяют условию $\sin x\cos x\neq 0$.

Значит, $\cos x=-0{,}5$, откуда $x=\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n$.



б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi;\ -\frac{\pi}{2}\right]$.

Получим:

$$x_1=-3\pi+\frac{\pi}{3}=-\frac{8\pi}{3};$$

$$x_2=-3\pi+\pi+\frac{2\pi}{3}=-\frac{4\pi}{3};$$

$$x_3=x_1+2\pi=-\frac{8\pi}{3}+2\pi=-\frac{2\pi}{3}.$$

Ответ: а) $\frac{2\pi}{3}+2\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$;

б) $-\frac{8\pi}{3}$, $-\frac{4\pi}{3}$, $-\frac{2\pi}{3}$.

Замечание. Отбор корней может быть произведён и любым другим способом: с помощью графика, решением линейных неравенств и т.п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

14 В правильной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания ABC равна 4, а боковое ребро AA_1 равно 6. На рёбрах BB_1, CC_1 и A_1B_1 соответственно отмечены точки N, K и P так, что $CK:KC_1=B_1N:NB=B_1P:PA_1=1:2$. Плоскость KNP пересекает ребро A_1C_1 в точке F.

а) Докажите, что точка F — середина ребра A_1C_1.
б) Найдите расстояние от точки F до плоскости ANK.

Решение.

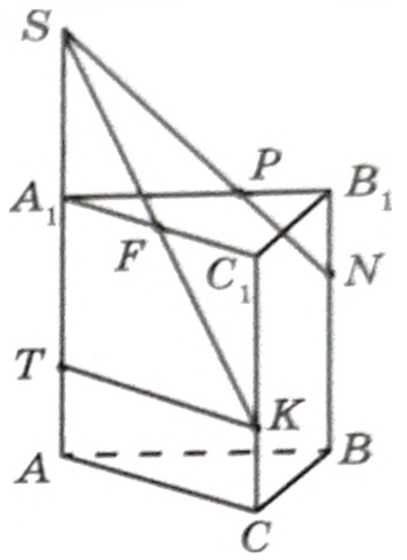
а) Точка S — пересечение прямых AA_1 и NP. Точка S лежит в плоскости KNP. Значит, прямые SK и A_1C_1 пересекаются в точке F.

Треугольники PB_1N и PA_1S подобны по двум углам с коэффициентом подобия, равным $PB_1:PA_1=1:2$. Значит, $A_1S=2B_1N=4$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Точка T — пересечение прямой AA_1 и прямой, проходящей через точку K параллельно прямой A_1C_1. Четырёхугольник A_1C_1KT является прямоугольником, откуда $A_1T = 6 - 2 = 4$.

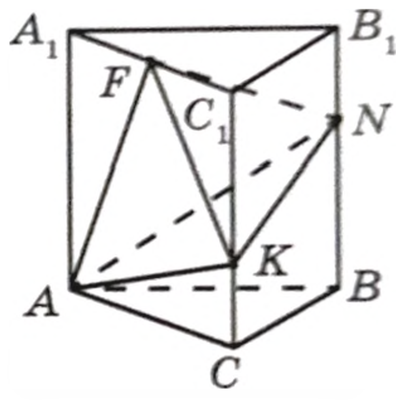
Получили, что A_1 — середина отрезка ST. Поскольку прямые A_1F и TK параллельны, A_1F — средняя линия треугольника KTS, откуда $A_1F = 2$ и, значит, точка F — середина A_1C_1.



б) Рассмотрим пирамиду $FANK$. Используя формулу объёма пирамиды, получаем:

$$x \cdot S_{ANK} = y \cdot S_{AFK},$$

где x — расстояние от точки F до плоскости ANK, а y — расстояние от точки N до плоскости AFK.



Призма $ABCA_1B_1C_1$ правильная, значит, $y = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = 2\sqrt{3}$.

В треугольнике AFK получаем:

$AK = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$, $FK = \sqrt{16+4} = \sqrt{20}$, $AF = \sqrt{36+4} = \sqrt{40}$,

откуда треугольник AFK прямоугольный и $S_{AFK} = \frac{1}{2} AK \cdot FK = 10$.

В треугольнике ANK получаем:

$$AK = KN = \sqrt{20}, \quad AN = \sqrt{16+16} = \sqrt{32},$$

откуда треугольник ANK равнобедренный и $S_{ANK} = \frac{1}{2} AN \cdot \sqrt{AK^2 - \frac{AN^2}{4}} = 4\sqrt{6}$.

Значит, расстояние от точки F до плоскости ANK

$$x = \frac{2\sqrt{3} \cdot 10}{4\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Ответ: б) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

15 Решите неравенство $\dfrac{x}{\sqrt{x^4-9x^2}} \geq \dfrac{1}{x+2}$.

Решение.

При $x>0$ получаем: $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-9}} \geq \dfrac{1}{x+2}$, откуда при $x>3$:

$$\frac{1}{x^2-9} \geq \frac{1}{x^2+4x+4};\ x^2-9 \leq x^2+4x+4;\ 4x \geq -13;\ x \geq -3{,}25.$$

Значит, $x>3$.

При $x<0$ получаем: $\dfrac{-1}{\sqrt{x^2-9}} \geq \dfrac{-1}{-x-2}$; $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-9}} \leq \dfrac{1}{-x-2}$, откуда при $x<-3$:

$$\frac{1}{x^2-9} \leq \frac{1}{x^2+4x+4};\ x^2-9 \geq x^2+4x+4;\ 4x \leq -13;\ x \leq -3{,}25.$$

Значит, $x \leq -3{,}25$.

Ответ: $(-\infty;-3{,}25];\ (3;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки $-3{,}25$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

16 В июле 2029 года планируется взять кредит в банке на 2 млн рублей на 4 года. Условия его возврата таковы:

– в январе каждого года долг возрастает на r % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
– в июле 2030, 2031 и 2032 годов долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2033 года выплачивается остаток по кредиту в размере 406 тыс. рублей.

Найдите r, если общая сумма выплат по кредиту составит 2752 тыс. рублей.

Решение.

Пусть $k=1+\dfrac{r}{100}$, а долг в июле 2030 года на x тыс. рублей меньше долга в июле 2029 года.

Тогда долг перед банком (в тыс. рублей) по состоянию на июль 2029–2033 годов должен уменьшаться до нуля следующим образом:

$$2000;\ 2000-x;\ 2000-2x;\ 2000-3x;\ 0.$$

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) в январе 2030–2033 годов такова:

$$2000k;\ 2000k-xk;\ 2000k-2xk;\ 2000k-3xk.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$2000(k-1)+x;\ 2000(k-1)+2x-kx;\ 2000(k-1)+3x-2kx;\ 2000k-3xk.$$

Поскольку $2000k-3xk=406$, откуда $3x=2000-\frac{406}{k}$, получаем:

$$3\cdot 2000(k-1)+6x-3kx=2346;\ 1000k^2-985k-203=0,$$

откуда $k=1{,}16$, а $r=16$.

Ответ: 16.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

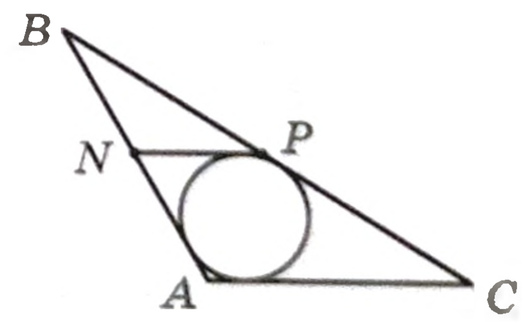
17 В треугольнике ABC точки N и P — середины сторон AB и BC соответственно. Отрезок NP касается окружности, вписанной в треугольник ABC.

а) Докажите, что периметр треугольника ABC равен $4AC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC, если его периметр равен 28, $\angle BAC=120^\circ$.

Решение.

а) Четырёхугольник $ANPC$ описан около окружности, поэтому $AN+PC=AC+NP$. Отрезок NP — средняя линия треугольника ABC.



Значит, $AN=\frac{1}{2}AB$, $PC=\frac{1}{2}BC$, $NP=\frac{1}{2}AC$.

Следовательно, $\frac{1}{2}AB+\frac{1}{2}BC=AC+\frac{1}{2}AC$;

$$\frac{1}{2}(AB+BC)=\frac{3}{2}AC;\ \frac{1}{2}(AB+BC+AC)=2AC.$$

Значит, $AB+BC+AC=4AC$.

б) По доказанному выше: $AC=28:4=7$.

Пусть $AB=x$. Тогда получаем: $BC=21-x$. По теореме косинусов:

$$AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos 120^\circ=BC^2;\ x^2+49+7x=(21-x)^2;\ 49x=392,$$

откуда $x=8$. Значит, площадь треугольника ABC равна

$$\frac{1}{2}AB\cdot AC\cdot\sin 120^\circ=\frac{1}{2}\cdot 8\cdot 7\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=14\sqrt{3}.$$

Ответ: б) $14\sqrt{3}$.

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases}(a-x)^2+(y+a)^2\le a+3,\\ x-y\le|3-2a|\end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение.

Из первого неравенства системы получаем: $a\ge -3$.

При $a=-3$ из первого неравенства имеем: $x=-3$, $y=3$, а из второго: $-6\le 9$. Значит, при $a=-3$ система имеет единственное решение.

При $a>-3$ возможны два случая:

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y+a)^2\le a+3,\\ y\ge x+2a-3,\\ -3<a<1{,}5\end{cases} \quad\text{и}\quad \begin{cases}(x-a)^2+(y+a)^2\le a+3,\\ y\ge x-2a+3,\\ a\ge 1{,}5.\end{cases}$$

В обеих системах первое неравенство задаёт круг с центром в точке $(a;-a)$ и радиусом $\sqrt{a+3}$ вместе с ограничивающей окружностью Ω, а второе неравенство задаёт полуплоскость, расположенную над прямой l (задана уравнением вида $y=x+b$), вместе с этой прямой.

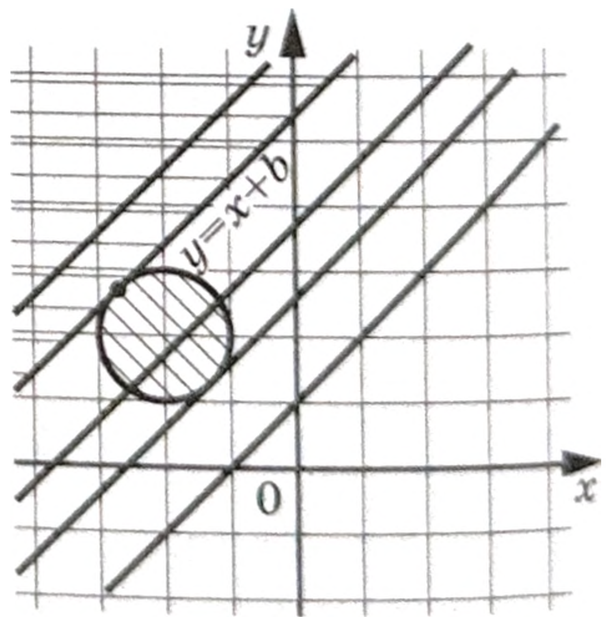


рис. 1

Из всех возможных случаев взаимного расположения окружности Ω и прямой l система имеет единственное решение, только когда прямая l касается окружности Ω в верхней точке касания (рис. 1), поскольку если прямая расположена ниже, то система имеет бесконечно много решений (круг или круговой сегмент), а если прямая расположена выше, то система не имеет решений.

В первом случае ($-3<a<1{,}5$) найдём точку касания прямой l и окружности Ω:

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y+a)^2=a+3,\\ y=x+2a-3.\end{cases}$$

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Преобразуем первое уравнение системы:

$(x-a)^2+(x+3a-3)^2=a+3$; $x^2-2ax+a^2+x^2+9a^2+9+6ax-6x-18a-a-3=0$;

$$2x^2+4ax+10a^2-6x-19a+6=0;\ x^2+x(2a-3)+\frac{10a^2-19a+6}{2}=0.$$

Дискриминант этого квадратного уравнения равен:

$$D=4a^2-12a+9-20a^2+38a-12=-16a^2+26a-3.$$

Система имеет единственное решение, значит, $D=0$:

$$-16a^2+26a-3=0;\ 8a^2-13a+\frac{3}{2}=0,$$

откуда $a=\frac{1}{8}$ или $a=1{,}5$.

Значит, при $-3<a<1{,}5$ прямая l касается окружности Ω при $a=\frac{1}{8}$.

Подставим значение $a=\frac{1}{8}$ в систему неравенств:

$$\begin{cases}\left(x-\frac{1}{8}\right)^2+\left(y+\frac{1}{8}\right)^2\le 3\frac{1}{8},\\ y\ge x-2\frac{3}{4}.\end{cases}$$

Значение $a=\frac{1}{8}$ соответствует случаю, когда прямая l касается окружности Ω в нижней точке касания; система имеет бесконечно много решений (рис. 2).

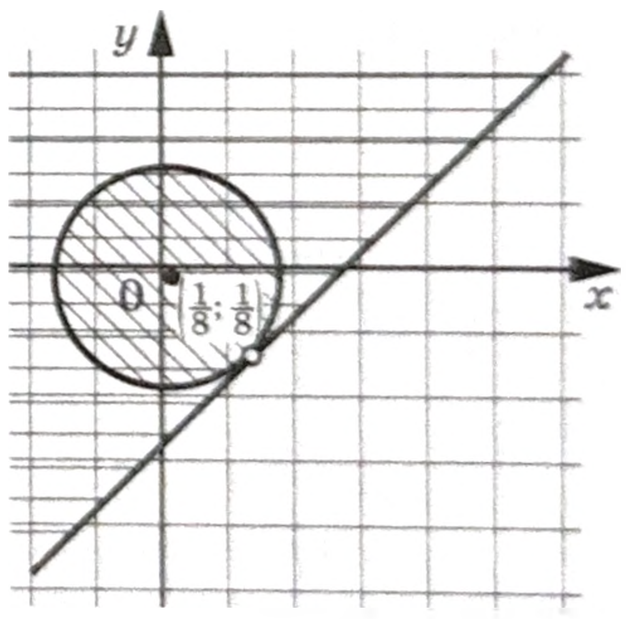


рис. 2

Во втором случае ($a\ge 1{,}5$) найдём точку касания прямой l и окружности Ω:

$$\begin{cases}(x-a)^2+(y+a)^2=a+3,\\ y=x-2a+3.\end{cases}$$

Преобразуем первое уравнение системы:

$$(x-a)^2+(x-a+3)^2=a+3;$$

$$x^2-2ax+a^2+x^2+a^2+9-2ax+6x-6a-a-3=0;$$

$$2x^2-4ax+2a^2+6x-7a+6=0;\ x^2+x(3-2a)+\frac{2a^2-7a+6}{2}=0.$$

Дискриминант этого квадратного уравнения равен:

$$D=4a^2-12a+9-4a^2+14a-12=2a-3.$$

Система имеет единственное решение, значит, $D=0$:

$$2a-3=0;\ a=1{,}5,$$

Значит, при $a\ge 1{,}5$ прямая l касается окружности Ω при $a=1{,}5$.

Подставим значение $a=1{,}5$ в систему неравенств:

$$\begin{cases}(x-1{,}5)^2+(y+1{,}5)^2\le 4{,}5,\\ y\ge x.\end{cases}$$

Значение $a=1{,}5$ соответствует случаю, когда прямая l касается окружности Ω в верхней точке касания (рис. 3); система имеет единственное решение.

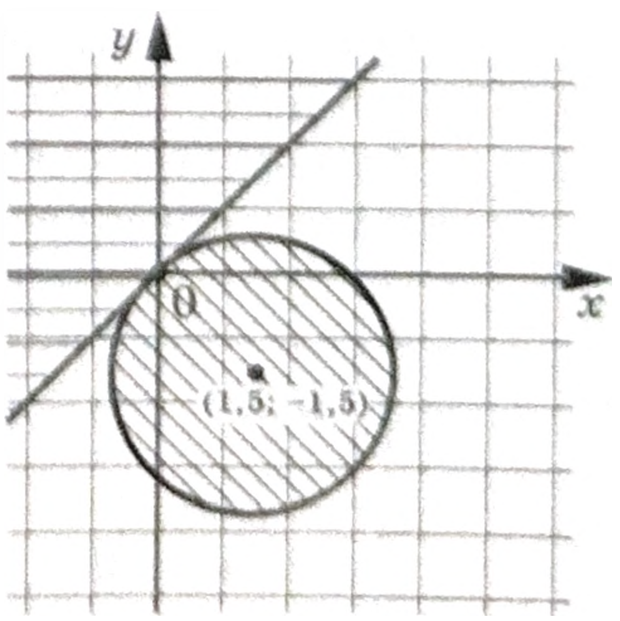


рис. 3

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Получили, что система имеет единственное решение при $a=-3$ и $a=1{,}5$.

Ответ: -3; $1{,}5$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только исключением точки $a=-3$	3
С помощью верного рассуждения получены значения $a=1{,}5$ и $a=\frac{1}{8}$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения гиперболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

19 Есть 2 камня, каждый массой 100 тонн, 6 камней, каждый массой 20 тонн и 4 камня, каждый массой 4 тонны.

а) Можно ли разложить все эти камни на три группы так, чтобы суммарная масса первой группы была на 12 тонн больше суммарной массы второй группы, но на 12 тонн меньше суммарной массы третьей группы?

б) Можно ли разложить все эти камни на три группы так, чтобы суммарные массы этих групп были равны?

в) Все камни хотят разложить на три группы с суммарными массами m_1, m_2 и m_3 так, что $m_1 \geq m_2 \geq m_3$. Найдите наименьшее такое число d, что $m_1 - m_2 \leq d$ и $m_2 - m_3 \leq d$.

Решение.

а) Сумма масс всех камней равна 336 тоннам. Если масса камней первой группы будет равна 112 тоннам, второй — 100 тоннам, а третьей — 124 тоннам, то условие будет выполнено. Это возможно, когда, например, первая группа будет состоять из камней массой 100, 4, 4 и 4 тонны; вторая группа — из камня 100 тонн, а третья — из 6 камней массой 20 тонн и одного камня массой 4 тонны.

б) Предположим, что можно разложить камни на три группы так, чтобы суммарные массы камней в этих группах были равны. Тогда суммарная масса камней в каждой из этих групп составляет 112 тонн. Это возможно только тогда, когда в одной группе будет один камень массой 100 тонн, и в другой группе будет один камень массой 100 тонн. Из оставшихся камней можно набрать 12 тонн только одним способом: 3 камня по 4 тонны. Но после этого из оставшихся камней (6 камней по 20 тонн и 1 камень массой 4 тонны) нельзя составить ещё один набор камней массой 12 тонн. Получаем противоречие. Следовательно, камни нельзя разложить на три группы так, чтобы суммарные массы камней в этих группах были равны.

в) Из условий $m_2 - m_3 \leq d$, $m_1 - m_2 \leq d$ и $m_1 + m_2 + m_3 = 336$ получаем:

$$m_1 \leq d + m_2 \leq 2d + m_3;\ m_1 + m_2 \leq 3d + 2m_3;\ 336 \leq 3d + 3m_3,\ \text{откуда}\ m_3 \geq 112 - d.$$

Если $d=8$, то $m_3 \geq 104$. Такой вариант возможен: $m_3 = 100+4$, $m_2 = 100+4\cdot 3 = 112$ и $m_1 = 20\cdot 6 = 120$.

Если $d \leq 7$, то $105 \leq m_3 \leq 112$. Тогда возможны два случая: $m_3 = 112$ (при $d=0$) и $m_3 = 108$ (при $d \leq 4$). В предыдущем пункте было доказано, что случай, когда

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

$d=0$ ($m_1=m_2=m_3=112$), невозможен. Предположим, что $m_3=108$ и $d\le 4$. Тогда $m_2\le 112$, а $m_1\le 116$. Но тогда получаем, что или $m_1+m_2+m_3<336$, что противоречит условию, или $m_3=108$, $m_2=112$, а $m_1=116$, что невозможно, поскольку в одной группе находится один камень массой 100 тонн, в другой группе находится один камень массой 100 тонн и в оставшейся группе находятся пять камней по 20 тонн, а значит, в одной из групп должен находиться шестой камень массой 20 тонн и масса этой группы должна быть не меньше 120 тонн.

Значит, $d=8$.

Ответ: а) да; б) нет; в) 8.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

Вариант 21

13 а) Решите уравнение $\sin x\cdot\cos 2x-\sqrt{3}\cos^2 x+\sin x=0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};\ 4\pi\right]$.

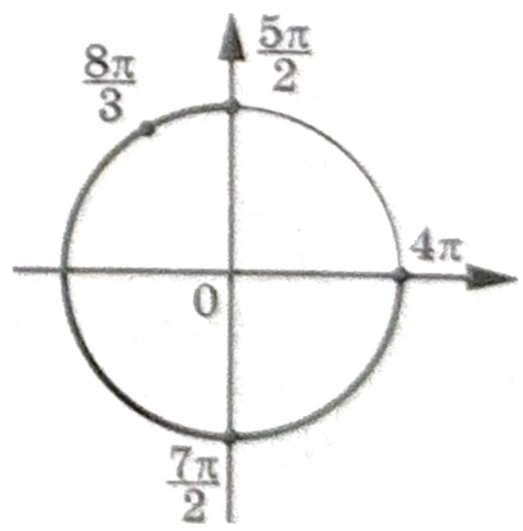
Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2\sin x\cdot\cos^2 x-\sin x-\sqrt{3}\cos^2 x+\sin x=0;\ 2\sin x\cdot\cos^2 x-\sqrt{3}\cos^2 x=0;$$

$$\cos^2 x\cdot(2\sin x-\sqrt{3})=0.$$

Значит, $\cos x=0$, откуда $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$, или $\sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$, откуда $x=\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$, или $x=\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$.



б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$.

Получаем числа: $\frac{5\pi}{2};\ \frac{8\pi}{3};\ \frac{7\pi}{2}$.

Ответ: а) $\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in\mathbb{Z}$; $\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3}+2\pi m$, $m\in\mathbb{Z}$;

б) $\frac{5\pi}{2};\ \frac{8\pi}{3};\ \frac{7\pi}{2}$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Замечание. Отбор корней может быть произведён и любым другим способом: с помощью графика, решением линейных неравенств и т. п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

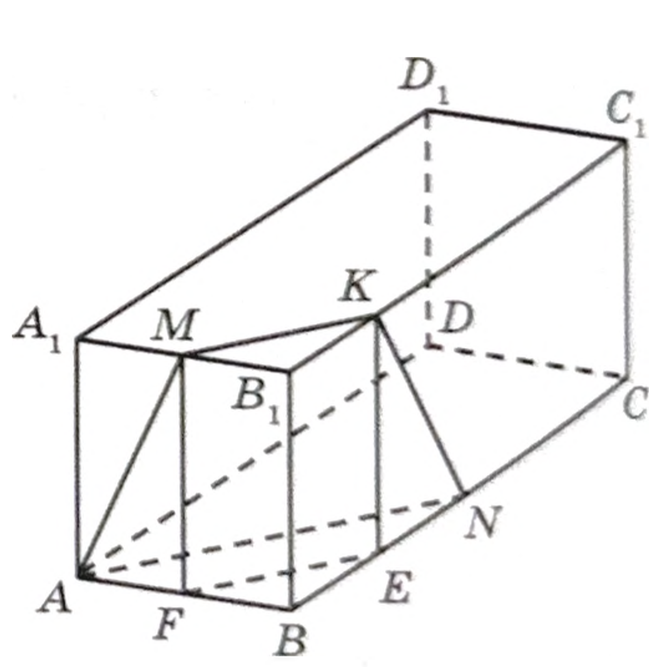
14 В основании прямой призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ лежит параллелограмм $ABCD$. На рёбрах A_1B_1, B_1C_1 и BC отмечены точки M, K и N соответственно, причём $B_1K : KC_1 = 1 : 3$. Четырёхугольник $AMKN$ — равнобедренная трапеция с основаниями 2 и 4.

а) Докажите, что точка N — середина ребра BC.

б) Найдите площадь трапеции $AMKN$, если объём призмы равен 24, а высота призмы равна 3.

Решение.

а) Пусть отрезки MF и KE — высоты призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (см. рисунок). Тогда отрезок FE параллелен и равен отрезку MK, а значит, параллелен отрезку AN и равен $\frac{1}{2}AN$. Следовательно, треугольники FBE и ABN подобны с коэффициентом $\frac{1}{2}$.



Значит, $BN = 2BE = 2B_1K = \frac{1}{2}B_1C_1 = \frac{1}{2}BC$.

Следовательно, точка N — середина BC.

б) Поскольку объём призмы равен 24, а её высота равна 3, площадь параллелограмма $ABCD$ равна 8.

Прямоугольные треугольники AFM и NEK равны по катету и гипотенузе, значит, $AF = EN$. Тогда треугольник ABN — равнобедренный, с основанием $AN = 4$. Площадь этого треугольника равна 2. Значит, его высота h, проведённая из вершины B, равна 1, а высота трапеции $AMKN$ равна $\sqrt{BB_1^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{37}}{2}$. Средняя линия трапеции равна 3, а значит, её площадь равна $\frac{3\sqrt{37}}{2}$.

Ответ: б) $\frac{3\sqrt{37}}{2}$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $2^{-2\sqrt{x}}+32\cdot10^{2-\sqrt{x}}>2^{9-2\sqrt{x}}+625\cdot10^{-2-\sqrt{x}}$.

Решение.

Запишем неравенство в виде:

$$10^{-2-\sqrt{x}}\left(32\cdot10^{4}-625\right)>2^{-2\sqrt{x}}\left(2^{9}-1\right);$$

$$10^{-2-\sqrt{x}}\cdot625\left(2^{9}-1\right)>2^{-2\sqrt{x}}\left(2^{9}-1\right)$$

$$10^{-\sqrt{x}}\cdot6{,}25>4^{-\sqrt{x}};\ \left(\frac{10}{4}\right)^{-\sqrt{x}}>\frac{4}{25};\ \left(\frac{5}{2}\right)^{-\sqrt{x}}>\left(\frac{5}{2}\right)^{-2},$$

откуда $-\sqrt{x}>-2$. Значит, $0\le x<4$.

Ответ: $[0;\ 4)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного включением точки 4, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июле 2027 года планируется взять кредит на десять лет в размере 1500 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на 15 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
– в июле 2028, 2029, 2030, 2031 и 2032 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– в июле 2033, 2034, 2035, 2036 и 2037 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2037 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 2400 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2029 году?

Решение.

Пусть долг в июле 2032 года составит B тыс. рублей.

По условию долг (в тыс. рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться следующим образом:

$$1500;\ 1200 + 0{,}2B;\ 900 + 0{,}4B;\ 600 + 0{,}6B;\ 300 + 0{,}8B;$$
$$B;\ 0{,}8B;\ 0{,}6B;\ 0{,}4B;\ 0{,}2B;\ 0.$$

В январе каждого года долг возрастает на 15 %, значит, последовательность размеров долга (в тыс. рублей) по состоянию на январь такова:

$$1725;\ 1380 + 0{,}23B;\ 1035 + 0{,}46B;\ 690 + 0{,}69B;\ 345 + 0{,}92B;$$
$$1{,}15B;\ 0{,}92B;\ 0{,}69B;\ 0{,}46B;\ 0{,}23B.$$

Следовательно, платежи (в тыс. рублей) должны быть следующими:

$$525 - 0{,}2B;\ 480 - 0{,}17B;\ 435 - 0{,}14B;\ 390 - 0{,}11B;\ 345 - 0{,}08B;$$
$$0{,}35B;\ 0{,}32B;\ 0{,}29B;\ 0{,}26B;\ 0{,}23B.$$

Значит, сумма всех платежей (в тыс. рублей) будет составлять:

$$2175 - 0{,}7B + 1{,}45B = 2175 + 0{,}75B.$$

Получаем: $2175 + 0{,}75B = 2400$, откуда $B = 300$. Платёж в 2029 году (второй) должен быть равен $(480 - 0{,}17B)$ тыс. рублей.

Следовательно, платёж в 2029 году составит 429 тыс. рублей.

Ответ: 429 тыс. рублей.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

17 Прямая, перпендикулярная стороне BC ромба $ABCD$, пересекает его диагональ AC в точке M, а диагональ BD — в точке N, причём $AM : MC = 1 : 2$, $BN : ND = 1 : 3$.

а) Докажите, что прямая MN делит сторону ромба BC в отношении $1 : 4$.
б) Найдите сторону ромба, если $MN = \sqrt{12}$.

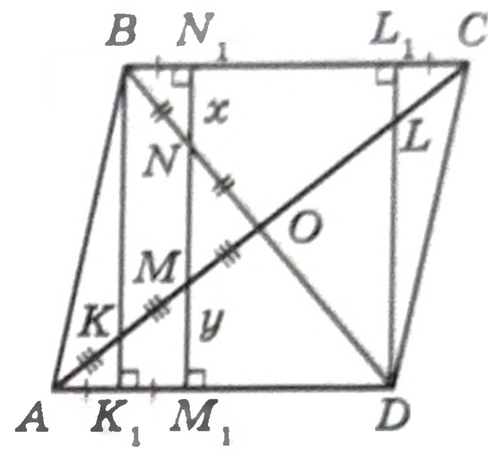
Решение.

а) Пусть отрезки BK_1, N_1M_1, L_1D — высоты ромба, причём N_1M_1 проходит через точки M и N. Тогда $BN_1 : N_1L_1 = BN : ND = 1 : 3$. Диагонали BD и AC пересекаются в точке O.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Пусть высоты BK_1 и L_1D пересекают диагональ AC в точках K и L соответственно. Поскольку $BN = NO$ и прямые BK и NM параллельны, получаем: $KM = MO = \frac{1}{6}AC$, а значит, $AK = KM$. Таким образом, $AK_1 = K_1M_1 = BN_1$, но $AK_1 = L_1C$, поэтому $BN_1 = L_1C$.

Следовательно, $BN_1 : N_1C = BN_1 : (N_1L_1 + L_1C) = 1 : 4$.



б) Пусть $NN_1 = x$, $MM_1 = y$. Тогда $BK = 2NM = 2\sqrt{12}$, $KK_1 = \frac{1}{2}MM_1 = \frac{y}{2}$, $DL_1 = 4NN_1 = 4x$.

Поскольку $BK_1 = N_1M_1 = L_1D$, получаем:

$$2\sqrt{12} + \frac{y}{2} = x + \sqrt{12} + y = 4x,$$

откуда находим $x = \frac{3\sqrt{12}}{5}$, $y = \frac{4\sqrt{12}}{5}$; $DL_1 = \frac{12\sqrt{12}}{5}$.

В прямоугольном треугольнике ABK_1 имеем: $AK_1 = \frac{1}{5}AD = \frac{1}{5}AB$. По теореме Пифагора

$$BK_1 = \sqrt{AB^2 - AK_1^2} = \sqrt{AB^2 - \frac{1}{25}AB^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \cdot AB = \frac{12\sqrt{12}}{5},$$

откуда $AB = 6\sqrt{2}$.

Ответ: б) $6\sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - 3x + 9)\cdot\sqrt{y - 3x + 9} = 0, \\ y = 4x + a \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Решение.

Каждое решение уравнения $(xy-3x+9)\cdot\sqrt{y-3x+9}=0$ либо является решением уравнения $y-3x+9=0$, откуда $y=3x-9$, либо является решением системы:

$$\begin{cases} xy-3x+9=0, \\ y-3x+9\geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y=\dfrac{3x-9}{x}, \\ y-3x+9\geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y=\dfrac{3x-9}{x}, \\ \dfrac{3x-9}{x}-3x+9\geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} y=\dfrac{3x-9}{x}, \\ (3x-9)\cdot\dfrac{1-x}{x}\geq 0, \end{cases}$$

откуда $y=\dfrac{3x-9}{x}$ при условии $x<0$ или $1\leq x\leq 3$.

Для каждого из этих случаев подставим $y=4x+a$ и найдём количество корней получившегося уравнения в зависимости от a.

Первый случай: $4x+a=3x-9$, откуда $x=-a-9$.

Второй случай: $4x+a=\dfrac{3x-9}{x}$ при условии $x<0$; $1\leq x\leq 3$. Получаем квадратное уравнение $4x^2+(a-3)x+9=0$. Дискриминант этого уравнения равен $(a-3)^2-144=(a-15)(a+9)$. Значит, уравнение $4x^2+(a-3)x+9=0$ имеет два корня при $a<-9$ и при $a>15$, имеет единственный корень $x=\dfrac{3-a}{8}$ при $a=-9$ и при $a=15$ и не имеет корней при $-9<a<15$.

При $a=-9$ корень $x=1{,}5$ удовлетворяет условию $1\leq x\leq 3$, при $a=15$ корень $x=-1{,}5$ удовлетворяет условию $x<0$.

При $a>15$ все коэффициенты уравнения $4x^2+(a-3)x+9=0$ положительны, а значит, его корни отрицательны, то есть удовлетворяют условию $x<0$.

При $a<-9$ корни уравнения $4x^2+(a-3)x+9=0$ положительны. Найдём, при каких условиях они удовлетворяют неравенству $1\leq x\leq 3$. Функция $f(x)=4x^2+(a-3)x+9$ принимает наименьшее значение при $x=\dfrac{3-a}{8}$, и значение $f\left(\dfrac{3-a}{8}\right)=\dfrac{(9+a)(15-a)}{16}$ отрицательно. Следовательно, больший корень уравнения $f(x)=0$ удовлетворяет условию $1\leq x\leq 3$ тогда и только тогда, когда $\dfrac{3-a}{8}<3$ и $f(3)\geq 0$; $3a+36\geq 0$, откуда $a\geq -12$.

Меньший корень уравнения $f(x)=0$ удовлетворяет условию $x\geq 1$ тогда и только тогда, когда $f(1)\geq 0$; $a+10\geq 0$, откуда $a\geq -10$. В этом случае $\dfrac{3-a}{8}<3$, а значит, этот корень удовлетворяет условию $x\leq 3$.

Число $-a-9$ является корнем квадратного уравнения $f(x)=0$ при $4(a+9)^2-(a-3)(a+9)+9=0$, откуда:

$$3a^2+66a+360=0;\ (a+10)(a+12)=0,$$

то есть при $a=-10$ и при $a=-12$.

Таким образом, исходная система уравнений имеет ровно два различных решения при $-12<a\leq -10$, $a=-9$, $a=15$.

Ответ: $-12<a\leq -10$, $a=-9$, $a=15$.

shkr25.ne

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением/исключением точек $a = -12$ и/или $a = -10$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-12;\ -10)$ множества значений a, возможно, с включением граничных точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения гиперболы и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

19 В классе больше 10, но не больше 28 учащихся, а доля девочек не превышает 22 %.

а) Может ли в этом классе быть 4 девочки?

б) Может ли доля девочек составить 30 %, если в этот класс придёт новая девочка?

в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

Решение.

а) Если в классе 20 учащихся, среди которых 4 девочки, то их доля составляет 20 %, что не превышает 22 %.

б) Если доля девочек в классе составила 30 %, то количество учащихся в нём делится на 10. Следовательно, после появления новой девочки в классе стало 20 учащихся, среди которых 6 девочек. Значит, до появления новой девочки в классе было 19 учащихся, среди которых было 5 девочек. В этом случае доля девочек превышает 22 %. Следовательно, доля девочек не может составить 30 %.

в) Пусть в классе было b учащихся, среди которых a девочек. Тогда, по условию, выполнены неравенства $10 < b \le 28$ и $\frac{a}{b} \le 0{,}22$. Следовательно,

$$\frac{a+1}{b+1} < \frac{a+1}{b} = \frac{a}{b} + \frac{1}{b} < \frac{a}{b} + 0{,}1 \le 0{,}32,$$

а значит, после появления новой девочки в классе доля девочек будет меньше 32 %. В пункте *б* было доказано, что эта доля не может составить 30 %.

После появления новой девочки в классе доля девочек в процентах составляет $\frac{100(a+1)}{b+1}$. Предположим, что это число целое. Если оно не делится на 4 и не делится на 5, то число $b + 1$ должно делиться на 50. Это невозможно, поскольку $b + 1 \le 29$. Будем последовательно рассматривать числа, меньшие 30, делящиеся на 4 или на 5.

Если $\frac{100(a+1)}{b+1} = 28$, то $25(a+1) = 7(b+1)$. Учитывая, что $b + 1 \le 29$, получаем: $b = 24$ и $a = 6$. В этом случае $\frac{a}{b} = 0{,}25 > 0{,}22$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Если $\frac{100(a+1)}{b+1}=25$, то $4(a+1)=b+1$. Для чисел $a=3$ и $b=15$ это равенство верно, $10<b\le 26$ и $\frac{a}{b}=\frac{3}{15}=0{,}2\le 0{,}22$.

Таким образом, после появления новой девочки в классе наибольшая целая доля девочек в процентах составляет 25.

Ответ: а) да; б) нет; в) 25.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

Вариант 27

13 а) Решите уравнение $6^{2x-1}+2\cdot 25^{x-0,5}=16\cdot 30^{x-1}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[0{,}5;\ 4]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$\frac{6^{2x}}{6}+\frac{2\cdot 5^{2x}}{5}-\frac{16\cdot 30^{x}}{30}=0;\ 5\cdot 6^{2x}-16\cdot 30^{x}+12\cdot 5^{2x}=0;$$

$$5\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{2x}-16\cdot\left(\frac{6}{5}\right)^{x}+12=0;\ \left(\left(\frac{6}{5}\right)^{x}-1{,}2\right)\left(\left(\frac{6}{5}\right)^{x}-2\right)=0.$$

Значит, $\left(\frac{6}{5}\right)^{x}=\frac{6}{5}$, откуда $x=1$, или $\left(\frac{6}{5}\right)^{x}=2$, откуда $x=\log_{1,2}2$.

б) Для $x=1$ условие $0{,}5<x\le 4$ выполнено.

Для $x=\log_{1,2}2$ получаем:

$\log_{1,2}2>\log_{1,2}1{,}2=1$ и $4=\log_{1,2}1{,}2^4=\log_{1,2}2{,}0736>\log_{1,2}2$, откуда $\log_{1,2}2<4$.

Значит, для $x=\log_{1,2}2$ условие $0{,}5<x\le 4$ также выполнено.

Ответ: а) 1; $\log_{1,2}2$;
б) 1; $\log_{1,2}2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Окончание табл.

Содержание критерия	Баллы
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*2*

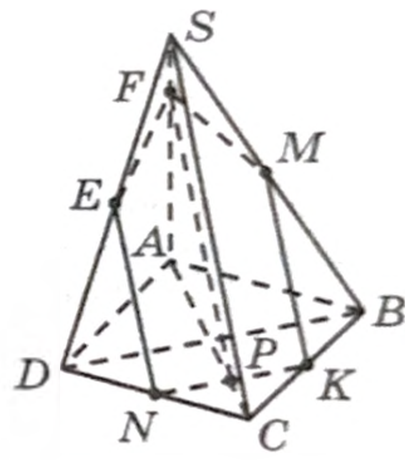
14 Основанием четырёхугольной пирамиды $SABCD$ является квадрат $ABCD$, ребро SA перпендикулярно плоскости основания. Через середины рёбер BC и CD параллельно прямой SC проведена плоскость α.

а) Докажите, что точка пересечения плоскости α с ребром AS делит это ребро в отношении $1:3$, считая от вершины S.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α, если $AB = 4$, $AS = 3\sqrt{2}$.

Решение.

а) Обозначим середины рёбер BC и CD соответственно точками K и N, а пересечение прямых AC и KN точкой P. Точка P лежит на прямой KN, поэтому она принадлежит плоскости α. Плоскости ACS и α пересекаются по прямой p, проходящей через точку P и параллельной прямой CS. Точка F — пересечение прямых AS и p.



KN — средняя линия треугольника BCD, значит, $CP : AP = 1:3$, откуда по теореме Фалеса $SF : AF = 1:3$.

б) Обозначим середины отрезков SD и SB соответственно точками E и M. Плоскость α проходит через точки K и N и параллельна прямой SC, а значит, проходит через точки E и M. Пятиугольник $FENKM$ — искомое сечение.

В четырёхугольнике $ENKM$ отрезки EN и KM параллельны и равны, значит, он является параллелограммом.

Прямая KN перпендикулярна прямым AC и AS, значит, она перпендикулярна плоскости ACS, откуда прямая KN перпендикулярна прямой CS, а значит, и перпендикулярна прямой EN. Получили, что четырёхугольник $ENKM$ — прямоугольник.

Поскольку E и M — середины гипотенуз SD и SB соответственно равных прямоугольных треугольников ASD и ASB, треугольники SFE и SFM равны, откуда треугольник FEM — равнобедренный, с основанием EM.

Площадь пятиугольника $FENKM$ равна

$$S_{ENKM} + S_{FEM} = NK \cdot EN + \frac{1}{2} NK \cdot (PF - EN) = NK\left(\frac{1}{2}CS + \frac{3}{8}CS - \frac{1}{4}CS\right) = \frac{5}{8} NK \cdot CS.$$

Так как $NK = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = 2\sqrt{2}$ и $CS = \sqrt{AS^2 + AC^2} = \sqrt{18 + 32} = 5\sqrt{2}$, то

$$S_{FENKM} = \frac{5}{8} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{2} = 12{,}5.$$

Ответ: б) 12,5.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Окончание табл.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

15 Решите неравенство $\dfrac{\sqrt{x+5}+4}{\sqrt{x-5}-4} \le \sqrt{x-5}+4$.

Решение.

Поскольку $\sqrt{x-5}+4>0$ и $x \ge 5$, получаем:

$$\frac{\sqrt{x+5}+4}{(\sqrt{x-5}-4)(\sqrt{x-5}+4)} \le 1;\ \frac{\sqrt{x+5}-x+25}{x-21} \le 0.$$

В случае, когда $5 \le x < 21$ получаем:

$$\sqrt{x+5}-x+25 \ge 0;\ \sqrt{x+5} \ge x-25;\ \sqrt{x+5} \ge 0,$$

откуда $x \in [5;21)$.

В случае, когда $x > 21$ получаем:

$$\sqrt{x+5}-x+25 \le 0;\ \sqrt{x+5} \le x-25,$$

откуда $x \ge 25$ и $x^2-51x+620 \ge 0$; $(x-20)(x-31) \ge 0$,

откуда $x \in [31;+\infty)$.

Ответ: $[5;21)$; $[31;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точки 5, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

16 В июне 2028 года Ольга планирует взять кредит в банке N на 4 года в размере 3,6 млн рублей. Условия его возврата таковы:
– в январе 2029 и 2030 годов долг увеличивается на r % от суммы долга на конец предыдущего года;
– в январе 2031 и 2032 годов долг увеличивается на 18 % от суммы долга на конец предыдущего года;
– в период с февраля по июнь каждого года действия кредита необходимо выплатить часть долга;
– в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
– к июлю 2032 года кредит должен быть полностью погашен.
Ольге предложили взять кредит в банке G на таких же условиях, но только в первые два года долг будет увеличиваться на 18 %, а в последующие два года — на r %. Найдите r, если общая сумма выплат по кредиту в банке G больше суммы выплат в банке N на 162 тыс. рублей.

Решение.

По условию долг перед банком N (в тыс. рублей) с июля 2028 года по июль 2032 года должен уменьшаться следующим образом:

$$3600;\ 2700;\ 1800;\ 900;\ 0.$$

На конец января каждого года действия кредита долг возрастает: в 2029 и 2030 годах — на r %, а в 2031 и 2032 годах — на 18 %.

Обозначим $k = 1 + \dfrac{r}{100}$.

Значит, последовательность размеров долга перед банком N (в тыс. рублей) на конец января каждого года действия кредита будет следующая:

$$3600k;\ 2700k;\ 1800 \cdot 1{,}18;\ 900 \cdot 1{,}18.$$

Следовательно, выплаты (в тыс. рублей) банку N должны быть следующими:

$$3600k - 2700;\ 2700k - 1800;\ 1800 \cdot 1{,}18 - 900;\ 900 \cdot 1{,}18.$$

Аналогично выплаты (в тыс. рублей) банку G должны быть следующими:

$$3600 \cdot 1{,}18 - 2700;\ 2700 \cdot 1{,}18 - 1800;\ 1800k - 900;\ 900k.$$

Получили:

$$3600 \cdot (1{,}18 - k) + 2700 \cdot (1{,}18 - k) + 1800 \cdot (k - 1{,}18) + 900 \cdot (k - 1{,}18) = 162;$$
$$(1{,}18 - k)(3600 + 2700 - 1800 - 900) = 162;$$
$$1{,}18 - k = 162 : 3600, \text{ откуда } k = 1{,}135.$$

Значит, $r = 13{,}5$.

Ответ: 13,5.

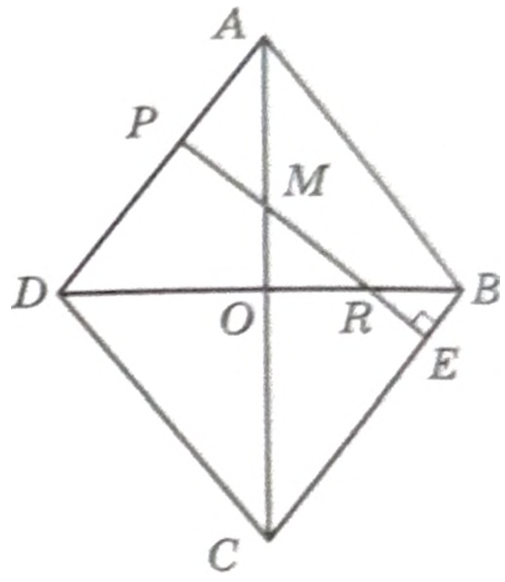
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

17 На стороне BC ромба $ABCD$ отметили точку E так, что $BE : EC = 1 : 4$. Через точку E перпендикулярно BC провели прямую, которая пересекает диагонали BD и AC в точках R и M соответственно, при этом $BR : RD = 1 : 3$.

а) Докажите, что точка M делит отрезок AC в отношении $2 : 1$, считая от вершины C.
б) Найдите периметр ромба $ABCD$, если $MR = 2\sqrt{3}$.

Решение.



а) Пусть диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O, прямая EM пересекает сторону AD в точке P. Обозначим $BE = y$, $EC = 4y$, $BR = x$, $DR = 3x$.

Из подобия треугольников BER и DPR следует, что $\frac{BE}{PD} = \frac{BR}{RD} = \frac{1}{3}$, значит, $PD = 3y$, $AP = AD - PD = 5y - 3y = 2y$.

Из подобия треугольников APM и CEM следует, что $\frac{CM}{AM} = \frac{EC}{AP} = \frac{4y}{2y} = \frac{2}{1}$.

б) Из подобия треугольников BRE и BCO следует, что $\frac{BE}{BO} = \frac{BR}{BC}$, $\frac{y}{2x} = \frac{x}{5y}$, откуда $\frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

Из подобия треугольников RBE, RMO, PDR следует, что $\angle RBE = \angle RMO = \angle PDR$. Пусть $\angle RBE = \angle RMO = \angle PDR = \alpha$. Из треугольника BRE находим, что $\cos\alpha = \frac{BE}{BR} = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. Тогда $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$.

Из треугольника MOR находим: $\sin\alpha = \frac{OR}{MR}$, $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{x}{2\sqrt{3}}$, $x = \frac{6}{\sqrt{5}}$.

Тогда $y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \cdot x = \frac{6\sqrt{2}}{5}$.

Таким образом, $AD = 6\sqrt{2}$, $P_{ABCD} = 4 \cdot 6\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$.

Ответ: б) $24\sqrt{2}$.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ	1

© 2016. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Окончание табл.

Содержание критерия	Баллы
обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{8-2x-x^2}+2+a=a|x|$$

имеет ровно один корень.

Решение.

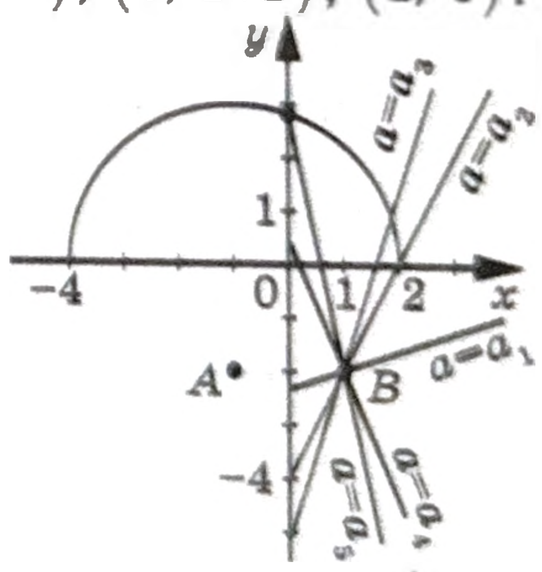
Запишем исходное уравнение в виде:

$$\sqrt{8-2x-x^2}=a|x|-a-2.$$

Решение этого уравнения совпадает с множеством точек пересечения графиков функций $f(x)=\sqrt{8-2x-x^2}$ и $g(x)=a|x|-a-2$.

График функции $f(x)=\sqrt{8-2x-x^2}$ — часть окружности $(x+1)^2+y^2=9$, удовлетворяющая условию $y\ge 0$ и проходящая через точки $(-4;\,0)$, $(0;\,2\sqrt{2})$, $(2;\,0)$.

График функции $g(x)=a|x|-a-2$ при каждом значении a — совокупность двух множеств: g_1 — часть прямой $y=ax-a-2$ при $x\ge 0$ и g_2 — часть прямой $y=-ax-a-2$ при $x<0$.



Заметим, что все прямые $y=ax-a-2$ проходят через точку $B(1;\,-2)$, а все прямые $y=-ax-a-2$ — через точку $A(-1;\,-2)$.

При $x\ge 0$ получаем:

– при $0\le a<a_2$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_2 — значение a, при котором луч проходит через точку $(2;0)$, например при $a=a_1$;

– при $a\ge a_2$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке, например при $a=a_3$;

– при $a_5<a<0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_5 — значение a, при котором луч проходит через точку $(0;\,2\sqrt{2})$, например при $a=a_4$;

– при $a\le a_5$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке.

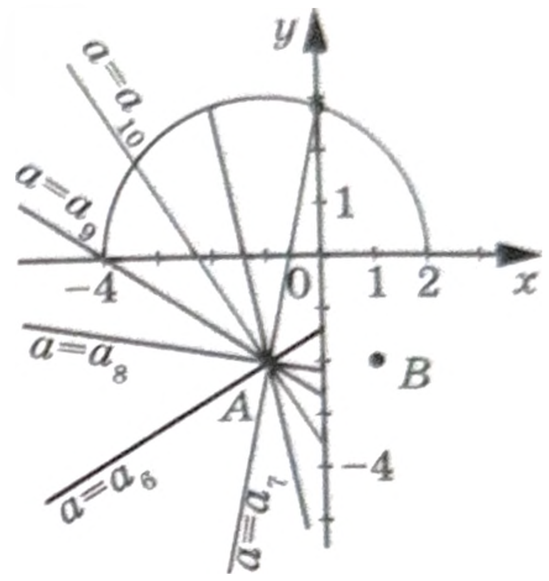
При любом значении a луч проходит через точку $B(1;\,-2)$, поэтому: $a_2=2:1=2$, $a_5=-(2\sqrt{2}+2):1=-2-2\sqrt{2}$.

Значит, при $x\ge 0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке при $a\in(-\infty;\,-2-2\sqrt{2}\,]\cup[2;\,+\infty)$.

При $x<0$ получаем:

– при $a_7\le a\le 0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_7 — значение a, при котором луч проходит через точку $(0;\,2\sqrt{2})$, например при $a=a_6$;

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается



– при $a < a_7$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке;

– при $0 < a < a_9$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ не имеют общих точек, где a_9 — значение a, при котором луч проходит через точку $(-4;\ 0)$, например при $a = a_8$;

– при $a \geq a_9$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке, например при $a = a_{10}$.

При любом значении a луч проходит через точку $A(-1;\ -2)$, поэтому $a_7 = -(2\sqrt{2}+2):1 = -2-2\sqrt{2}$, $a_9 = 2:3 = \frac{2}{3}$.

Значит, при $x < 0$ графики функций $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в одной точке при $a \in \left(-\infty;\ -2-2\sqrt{2}\right) \cup \left[\frac{2}{3};\ +\infty\right)$.

Таким образом, графики функций $f(x)$ и $g(x)$:

– при $a < -2-2\sqrt{2}$ пересекаются в двух точках,

– при $a = -2-2\sqrt{2}$ пересекаются в одной точке,

– при $-2-2\sqrt{2} < a < \frac{2}{3}$ не пересекаются,

– при $\frac{2}{3} \leq a < 2$ пересекаются в одной точке,

– при $a \geq 2$ пересекаются в двух точках.

Ответ: $a = -2-2\sqrt{2}$; $\frac{2}{3} \leq a < 2$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением точки $a = 2$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $\left[\frac{2}{3};\ 2\right)$ множества значений a, возможно, с исключением точки $a = \frac{2}{3}$ и/или включением точки $a = 2$,	2
ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения дуги окружности и прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4

shor25.me

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

19 Даны два набора чисел: в первом наборе каждое число равно 150, а во втором каждое число равно 50. Среднее арифметическое всех чисел двух наборов равно 78.

а) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число n. Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 71?

б) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число m. Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 70?

в) Каждое число одного набора увеличили на натуральное число k, одновременно уменьшив на k каждое число другого набора, при условии, что все числа остались положительными. Какие целые значения может принимать среднее арифметическое всех чисел двух наборов?

Решение.

а) Да, например, в первом наборе 7 чисел, во втором — 18 чисел. Тогда среднее арифметическое всех чисел было равно $\frac{150\cdot 7+50\cdot 18}{7+18}=78$. Если $n=25$, то среднее арифметическое всех чисел будет равно $\frac{125\cdot 7+50\cdot 18}{7+18}=71$.

б) Пусть в первом наборе p чисел, а во втором d чисел. Тогда получаем:

$$\frac{150p+50d}{p+d}=78;\ 150p+50d=78p+78d,\ \text{откуда}\ 18p=7d.$$

Предположим, что каждое число первого набора уменьшили на m и среднее арифметическое всех чисел стало равно 70. Получим:

$$\frac{(150-m)p+50d}{p+d}=70;\ 150p-mp+50d=70p+70d,$$

откуда $(80-m)p=20d$.

Зная, что $18p=7d$, имеем: $m=80-20\cdot\frac{18}{7}$. Получили, что m — не натуральное число.

Значит, среднее арифметическое всех чисел двух наборов не может быть равно 70.

в) Если каждое число одного набора увеличить на натуральное число k, одновременно уменьшив на k каждое число другого набора (при условии, что все числа остались положительными), то среднее арифметическое F всех чисел двух наборов будет равно:

$$F=\frac{(150-\tilde{k})p+(50+\tilde{k})d}{p+d},\ \text{где}\ |\tilde{k}|=k\ \text{и}\ -49\le\tilde{k}\le 149$$

(при $\tilde{k}>0$ уменьшаем числа первого набора, а при $\tilde{k}<0$ — второго).

Используя равенство $18p=7d$, полученное в пункте *б*, имеем:

$$F=\frac{150-\tilde{k}+(50+\tilde{k})\cdot\frac{18}{7}}{\frac{25}{7}}=78+\frac{11}{25}\tilde{k}.$$

Среднее арифметическое всех чисел F может принимать натуральные значения только при $|\tilde{k}|=25h$, где $h\in\mathbb{N}$. Учитывая, что $-49\le\tilde{k}\le 149$, получаем, что $\tilde{k}\in\{-25;\ 25;\ 50;\ 75;\ 100;\ 125\}$, а $F\in\{67;\ 89;\ 100;\ 111;\ 122;\ 133\}$.

Ответ: а) да; б) нет; в) 67, 89, 100, 111, 122, 133.

sbor25.ru

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

Вариант 31

13 а) Решите уравнение $2\sin^2 x - 3\cos(-x) - 3 = 0$.

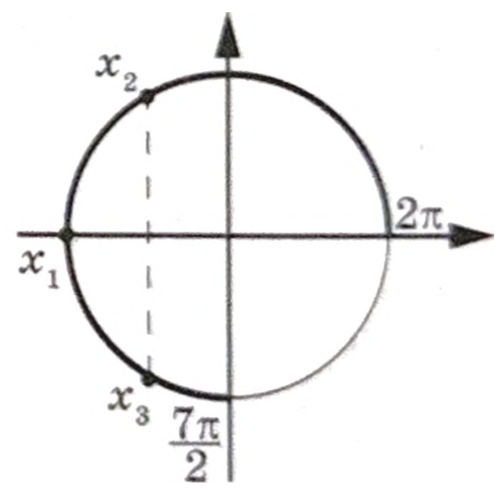
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$$2 - 2\cos^2 x - 3\cos x - 3 = 0;\ 2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0;\ (\cos x + 1)(2\cos x + 1) = 0.$$

Значит, $\cos x = -1$, откуда $x = \pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $\cos x = -\frac{1}{2}$, откуда $x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, или $x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$.



б) С помощью числовой окружности отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\ \frac{7\pi}{2}\right]$.

Получаем:

$$x_1 = 2\pi + \pi = 3\pi;\ x_2 = 3\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{8\pi}{3};\ x_3 = 3\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{10\pi}{3}.$$

Ответ: а) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; $\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi m$, $m \in \mathbb{Z}$;

б) $\frac{8\pi}{3};\ 3\pi;\ \frac{10\pi}{3}$.

Замечание. Отбор корней может быть произведён и любым другим способом: с помощью графика, решением линейных неравенств и т. п.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а*, ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта *а* и пункта *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

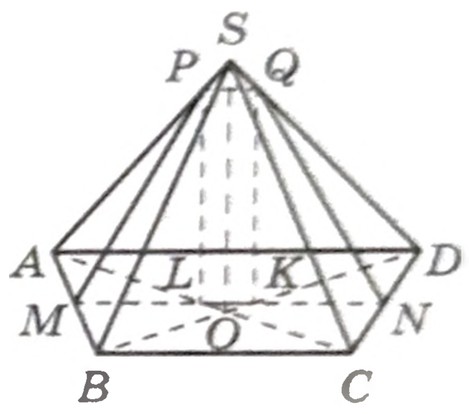
14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с бóльшим основанием AD. Диагонали трапеции пересекаются в точке O. Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO.

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α, если $AD = 9$, $BC = 7$, $SO = 6$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD.

Решение.

а) Пусть плоскость α пересекает прямые SA, SD, BD и AC в точках P, Q, K и L соответственно.



Отрезок MN — средняя линия трапеции $ABCD$, значит, он параллелен её основанию AD. Значит, плоскость α параллельна прямой AD и пересекает плоскость SAD по прямой, параллельной MN. Плоскость α, параллельная прямой SO, пересекает ребро AS в точке P, а ребро DS — в точке Q. Значит, сечением пирамиды $SABCD$ плоскостью α является многоугольник $MPQN$, у которого стороны MN и PQ параллельны.

Прямые KQ и PL параллельны прямой SO, поскольку являются прямыми пересечений плоскости α с плоскостями BSD и ASC, содержащими прямую SO, параллельную плоскости α. Следовательно, четырёхугольник $PQKL$ — параллелограмм, а значит, $PQ = KL = \dfrac{AD - BC}{2} < MN$ (точки K и L — середины диагоналей BD и AC соответственно).

Таким образом, многоугольник $MPQN$ — трапеция.

б) Прямая SO перпендикулярна прямой AD, прямые PL и SO параллельны, прямые MN и AD параллельны, значит, отрезок PL перпендикулярен отрезку MN и является высотой трапеции $MPQN$.

В трапеции $ABCD$:

$$AO : OC = AD : BC = 9 : 7;\ AO = \frac{9}{16}AC,\ AL = \frac{AC}{2};\ AL : AO = \frac{AC}{2} : \frac{5AC}{9} = \frac{8}{9}.$$

Рассмотрим плоскость ASC. Прямые SO и PL параллельны, значит,

$$\frac{PL}{SO} = \frac{AL}{AO} = \frac{8}{9};\ PL = \frac{8}{9}SO = \frac{16}{3}.$$

Площадь трапеции $MPQN$ равна

$$\frac{1}{2}(MN + PQ)\cdot PL = \frac{1}{2}\left(\frac{AD + BC}{2} + \frac{AD - BC}{2}\right)\cdot PL = \frac{AD}{2}\cdot PL = \frac{9}{2}\cdot\frac{16}{3} = 24.$$

Ответ: б) 24.

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,	1

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Окончание табл.

Содержание критерия	Баллы
ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

15 Решите неравенство $4^x+\dfrac{112}{4^x-32}\le 0$.

Решение.

Пусть $t=4^x$, тогда неравенство примет вид:

$$t+\frac{112}{t-32}\le 0;\ \frac{t^2-32t+112}{t-32}\le 0;\ \frac{(t-4)(t-28)}{t-32}\le 0,$$

откуда $t\le 4$; $28\le t<32$.

При $t\le 4$ получим: $4^x\le 4$, откуда $x\le 1$.

При $28\le t<32$ получим: $28\le 4^x<32$, откуда $\log_4 28\le x<2{,}5$.

Решение исходного неравенства: $x\le 1$; $\log_4 28\le x<2{,}5$.

Ответ: $(-\infty;\ 1]\cup[\log_4 28;\ 2{,}5)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек 1 и/или $\log_4 28$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

16 В июле 2027 года планируется взять кредит на три года в размере 1200 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг будет возрастать на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– платежи в 2028 и 2029 годах должны быть равными;
– к июлю 2030 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что платёж в 2030 году составит 673,2 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж 2028 года?

Решение.

Пусть платежи в 2028 и 2029 годах составят по x тыс. рублей.

В январе 2028 года долг (в тыс. рублей) будет равен 1320, а в июле равен $1320-x$. В январе 2029 года долг будет равен $1452-1{,}1x$, а в июле равен $1452-2{,}1x$. В январе 2030 года долг будет равен $1597{,}2-2{,}31x$.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

По условию к июлю 2030 года долг должен быть выплачен полностью, значит, платёж в 2030 году должен быть равен $(1597{,}2 - 2{,}31x)$ тыс. рублей. Получаем:

$$1597{,}2 - 2{,}31x = 673{,}2\ ;\ 2{,}31x = 924\ ,$$

откуда $x = 400$.

Платёж в 2028 году должен быть равен 400 тыс. рублей.

Ответ: 400 тыс. рублей.

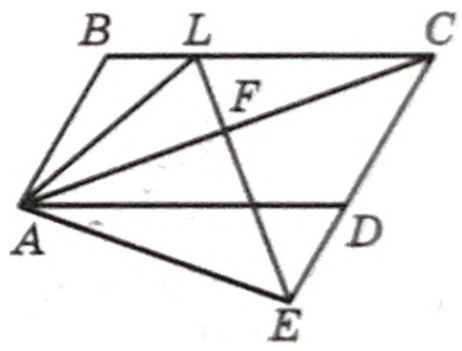
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*2*

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD. Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L. На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E, что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL : AC = AB : BC$.
б) Найдите EL, если $AC = 21$, $\operatorname{tg} \angle BCA = 0{,}4$.

Решение.

а) Пусть $\angle CAD = \alpha$, тогда $\angle BAC = 2\alpha$. Поскольку AL — биссектриса угла BAC, $\angle BAL = \angle LAC = \alpha$.



Противоположные стороны параллелограмма $ABCD$ параллельны, следовательно,

$$\angle ALB = \angle LAD = 2\alpha,\ \angle ACD = \angle BAC = 2\alpha.$$

Получаем:

$$\angle BAL = \angle DAC = \alpha,\ \angle ALB = \angle ACD = 2\alpha.$$

Треугольники ABL и ADC подобны по двум углам, откуда следует, что

$$\frac{AL}{AC} = \frac{AB}{AD} = \frac{AB}{BC}.$$

Получаем, что $AL : AC = AB : BC$.

б) В параллелограмме $ABCD$ имеем

$$\angle BCA = \angle CAD = \alpha \text{ и } \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg} \angle BCA = 0{,}4.$$

Треугольник ALC равнобедренный, поскольку $\angle LAC = \angle LCA = \alpha$, значит, $AL = LC$. Треугольники ALE и CLE равны по трём сторонам, следовательно, луч LE — биссектриса угла ALC. Биссектриса LF равнобедренного треугольника ALC является его медианой и высотой, то есть $\angle LFC = 90°$, $CF = \frac{AC}{2} = 10{,}5$.

В прямоугольном треугольнике LFC

$$LF = CF \cdot \operatorname{tg} \angle LCF = 10{,}5 \operatorname{tg}\alpha = 10{,}5 \cdot 0{,}4 = 4{,}2\ .$$

В прямоугольном треугольнике CFE

$$FE = CF \cdot \operatorname{tg} \angle FCE = 10{,}5 \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{21 \operatorname{tg}\alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} = 10\ .$$

Получаем: $LE = LF + FE = 4{,}2 + 10 = 14{,}2$.

Ответ: б) 14,2.

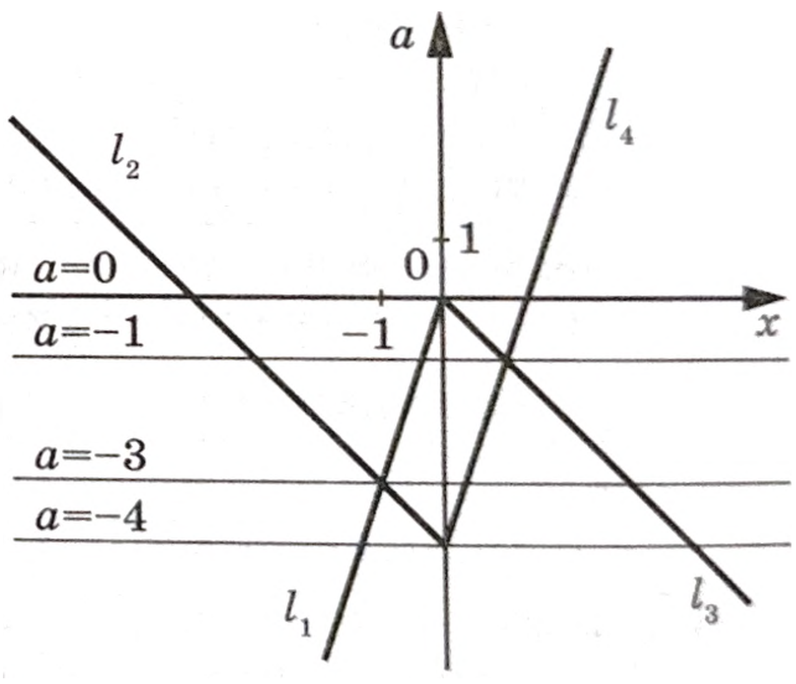
© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *б*	3
Получен обоснованный ответ в пункте *б*, ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, и при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта *а*, ИЛИ при обоснованном решении пункта *б* получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *б* с использованием утверждения пункта *а*, при этом пункт *а* не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	*3*

18 Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$(a-x)^2+4a+1=(2x+1)^2-8|x|$$

имеет четыре различных корня.



Решение.

Запишем уравнение $(a-x)^2+4a+1=(2x+1)^2-8|x|$ в виде:

$$a^2-2ax+x^2+4a+1=4x^2+4x+1-8|x|;$$

$$a^2-2ax-3x^2+4a-4x+8|x|=0.$$

При $x\le 0$ уравнение

$$a^2-2ax-3x^2+4a-4x+8|x|=0$$

принимает вид:

$$a^2-2ax-3x^2+4a-12x=0;$$

$$(a-3x)(a+x)+4(a-3x)=0;$$

$$(a-3x)(a+x+4)=0.$$

Получившееся уравнение задаёт на плоскости Oxa пару лучей: луч l_1 с началом в точке (0; 0), совпадающий с прямой $a=3x$ при $x\le 0$, и луч l_2 с началом в точке (0; −4), совпадающий с прямой $a=-x-4$ при $x\le 0$. Лучи l_1 и l_2 пересекаются в точке (−1; −3).

При $x\ge 0$ уравнение $a^2-2ax-3x^2+4a-4x+8|x|=0$ принимает вид:

$$a^2-2ax-3x^2+4a+4x=0;\ (a-3x)(a+x)+4(a+x)=0;\ (a+x)(a-3x+4)=0.$$

Получившееся уравнение задаёт на плоскости Oxa пару лучей: луч l_3 с началом в точке (0; 0), совпадающий с прямой $a=-x$ при $x\ge 0$, и луч l_4 с началом в точке (0; −4), совпадающий с прямой $a=3x-4$ при $x\ge 0$. Лучи l_3 и l_4 пересекаются в точке (1; −1).

Число корней исходного уравнения равно числу точек пересечения прямой $a=c$ с объединением лучей l_1, l_2, l_3 и l_4.

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

Каждый из лучей l_1 и l_2 пересекается с прямой $a=c$ в одной точке при $c\le 0$ и не пересекается при $c>0$.

Каждый из лучей l_2 и l_4 пересекается с прямой $a=c$ в одной точке при $c\ge -4$ и не пересекается при $c<-4$.

Следовательно, при $a>0$ и $a<-4$ исходное уравнение имеет два различных корня.

При $c=0$, $c=-1$, $c=-3$ и $c=-4$ прямая $a=c$ проходит через общую точку лучей l_1 и l_3, l_3 и l_4, l_1 и l_2, l_2 и l_4 соответственно.

Следовательно, при $a=0$, $a=-1$, $a=-3$ и $a=-4$ исходное уравнение имеет ровно три корня, а при $-4<a<-3$, $-3<a<-1$ и $-1<a<0$ имеет четыре различных корня.

Ответ: $(-4;\ -3)\cup(-3;\ -1)\cup(-1;\ -0)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a, отличающееся от искомого только включением точек $a=0$ и/или $a=-4$	3
С помощью верного рассуждения получен промежуток $(-4;\ 0)$ множества значений a, возможно, с включением граничных точек и/или исключением точек $a=-3$ и/или $a=-1$, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения	2
Задача верно сведена к исследованию взаимного расположения прямых (аналитически или графически)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

19 Есть три коробки: в первой коробке 112 камней, во второй — 99, а третья – пустая. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

а) Могло ли в первой коробке оказаться 103 камня, во второй — 99, а в третьей — 9?

б) Могло ли в третьей коробке оказаться 211 камней?

в) Во второй коробке оказалось 4 камня. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

Решение.

а) Пусть 6 раз из первых двух коробок переложили камни в третью. Тогда в первой коробке оказалось 106 камней, во второй — 93 камня, а в третьей — 12 камней. Если после этого 3 раза переложить камни из первой и третьей коробок во вторую, то в первой коробке окажется 103 камня, во второй — 99, а в третьей — 9.

б) Если в третьей коробке оказалось 211 камней, то в первой и во второй коробках не осталось камней.

Пусть в какой-то момент в коробках оказалось a, b и c камней соответственно. Тогда после одного хода в коробках могло оказаться либо $a-1$, $b-1$ и $c+2$ камня, либо $a-1$, $b+2$ и $c-1$ камень, либо $a+2$, $b-1$ и $c-1$ камень соответственно. Заметим, что разность между числами камней во второй и в первой коробках либо не изменилась, либо

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО»
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается

изменилась на 3. Сначала разность чисел камней во второй и в первой коробках равнялась 13. Следовательно, ни в какой момент она не могла стать равной 0. Значит, в этих двух коробках всегда разное число камней. Следовательно, в третьей коробке не могло оказаться 211 камней.

в) В любой момент разность чисел камней в первой и во второй коробках равна $3k + 13$, где k — целое число. Следовательно, если во второй коробке 4 камня, то в первой коробке $3k + 17$ камней. Значит, в первой коробке оказалось не меньше 2 камней, а в третьей коробке не больше 205 камней.

Покажем, как в третьей коробке могло оказаться 205 камней. Пусть 99 раз из первых двух коробок переложили камни в третью. Тогда в первой коробке оказалось 13 камней, во второй — 0 камней, а в третьей — 198 камней. Если после этого 5 раз переложить камни из первой и третьей коробок во вторую, то в первой коробке окажется 8 камней, во второй — 10, а в третьей — 193. Если после этого 6 раз переложить камни из первых двух коробок в третью, то в первой коробке окажется 2 камня, во второй — 4 камня, а в третьей — 205 камней.

Ответ: а) да; б) нет; в) 205.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а*, *б* и *в*	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте *в*, и обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах *а* и *б*, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте *в*	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	*4*

© 2026. ООО «Издательство «Национальное образование». © 2026. ЧОУ ДПО «МЦНМО».
Копирование, распространение и использование в коммерческих целях без письменного разрешения правообладателей не допускается